

EXERCICE 1 : 1. Pour montrer que $\sqrt{2}$ est solution de l'équation $x = \frac{1}{2}\left(x + \frac{2}{x}\right)$, on remplace x par $\sqrt{2}$ dans le

membre de droite : $\frac{1}{2}\left(\sqrt{2} + \frac{2}{\sqrt{2}}\right) = \frac{1}{2}(\sqrt{2} + \sqrt{2}) = \frac{1}{2}(2\sqrt{2}) = \sqrt{2}$. Donc, $\sqrt{2}$ est bien solution de cette équation.

2. Si $a = 1$, alors $b = \frac{1}{2}\left(1 + \frac{2}{1}\right) = \frac{1}{2}(1+2) = \frac{3}{2}$, puis $c = \frac{1}{2}\left(\frac{3}{2} + \frac{2}{\frac{3}{2}}\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{3}{2} + \frac{4}{3}\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{9}{6} + \frac{8}{6}\right) = \frac{1}{2} \times \frac{17}{6} = \frac{17}{12}$,

puis $d = \frac{1}{2}\left(\frac{17}{12} + \frac{2}{\frac{17}{12}}\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{17}{12} + \frac{24}{17}\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{289+288}{204}\right) = \frac{577}{408}$.

4. Une valeur approchée de $|\sqrt{2}-c| = \left|\sqrt{2}-\frac{17}{12}\right| \approx 0,00245$ et $|\sqrt{2}-d| = \left|\sqrt{2}-\frac{577}{408}\right| \approx 0,000002$.

5. Le nombre c est une valeur approchée de $\sqrt{2}$ à $2,5 \times 10^{-3}$ près.

Le nombre d est une valeur approchée de $\sqrt{2}$ à 2×10^{-6} près.

Si on continue le procédé, on trouve des nombres rationnels qui sont de plus en plus proche de $\sqrt{2}$.

EXERCICE 2 : 1. On a donc $12,5 + 8,2 \leq L + l \leq 12,7 + 8,3$ soit $20,7 \leq L + l \leq 21$. Donc $41,4 \leq \text{périmètre} \leq 42$.

Le jardinier veut clôturer son potager. Il achète des rouleaux de 10 mètres de grillage. Il doit acheter 5 rouleaux, il en utilisera quatre complètement et un dont il utilisera entre 1,4 m et 2 m.

2. On a donc $12,5 \times 8,2 \leq Ll \leq 12,7 \times 8,3$ soit $102,5 \leq \text{aire} \leq 105,41$. Le jardinier veut mettre de l'engrais sur la terre.

Un sac d'engrais couvre 3 m^2 de terre. Comme $\frac{102,5}{3} \approx 34,17$ et $\frac{105,41}{3} \approx 35,14$ il lui faudra acheter 36 sacs.

3. La diagonale d'un rectangle est égale à $\sqrt{L^2 + l^2}$. Ainsi $12,5^2 \leq L^2 \leq 12,7^2$ soit $156,25 \leq L^2 \leq 161,29$.

$8,2^2 \leq l^2 \leq 8,3^2$ soit $67,24 \leq l^2 \leq 68,89$. Alors $156,25 + 67,24 \leq L^2 + l^2 \leq 161,29 + 68,89$ soit

$223,49 \leq L^2 + l^2 \leq 230,18$. Donc $\sqrt{223,49} \leq \sqrt{L^2 + l^2} \leq \sqrt{230,18}$. Soit $14,94 \leq \sqrt{L^2 + l^2} \leq 15,18$.

EXERCICE 3 : Le système d'inéquations suivant
$$\begin{cases} \frac{x-2}{3} \leq x + \frac{5x-7}{2} \\ 2(3x-5) < 4-x \end{cases}$$
 équivaut à
$$\begin{cases} 2(x-2) \leq 6x+3(5x-7) \\ 6x-10 < 4-x \end{cases} \quad (\text{en$$

multipliant les deux membres de la première équation par 6) équivaut à
$$\begin{cases} 2x-4 \leq 6x+15x-21 \\ 6x+x < 4+10 \end{cases}$$
 équivaut à

$$\begin{cases} 2x-4 \leq 21x-21 \\ 7x < 14 \end{cases}$$
 équivaut à
$$\begin{cases} 2x-21x \leq 4-21 \\ x < 2 \end{cases}$$
 équivaut à
$$\begin{cases} -19x \leq -17 \\ x < 2 \end{cases}$$
 équivaut à
$$\begin{cases} x \geq \frac{17}{19} \\ x < 2 \end{cases}$$
.

La solution est $S = \left[\frac{17}{19} ; 2 \right[$.