

EXERCICE 1 :

On considère les points A, B et C du plan non alignés. Soit D le point défini par $\vec{BD} = \frac{1}{3} \vec{BC}$.

La parallèle à (AB) passant par D coupe (AC) en M. La parallèle à (AC) passant par D coupe (AB) en N.

On munit le plan du repère (A; $\vec{AB}$, $\vec{AC}$).

1. La figure :

2. On a bien sûr A(0; 0), B(1; 0) et C(0; 1).

On a $\vec{AD} = \vec{AB} + \vec{BD} = \vec{AB} + \frac{1}{3} \vec{BC} = \vec{AB} + \frac{1}{3} (\vec{BA} + \vec{AC}) = \frac{2}{3} \vec{AB} + \frac{1}{3} \vec{AC}$, donc $D(\frac{2}{3}; \frac{1}{3})$.

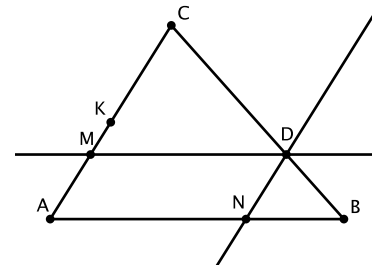
Et $M(0; \frac{1}{3})$ et $N(\frac{2}{3}; 0)$.

3. K est le milieu de [AC]. Coordonnées de K : $x_K = \frac{x_A + x_C}{2} = 0$ et

$y_K = \frac{y_A + y_C}{2} = \frac{1}{2}$. Donc $K(0; \frac{1}{2})$.

$\vec{MN}(\frac{2}{3}; -\frac{1}{3})$ et $\vec{BK}(-1; \frac{1}{2})$. Les produits en croix : $\frac{2}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{3}$ et

$-\frac{1}{3} \times (-1) = \frac{1}{3}$, sont égaux donc les vecteurs $\vec{MN}$ et $\vec{BK}$ sont colinéaires et les droites (MN) et (BK) sont parallèles.

**EXERCICE 2 :** Les points D, E et F sont définis par

$$\vec{CE} = -2 \vec{AC} + \frac{1}{2} \vec{AB}, \quad \vec{AD} = \frac{5}{2} \vec{AC} + \frac{1}{2} \vec{CB} \quad \text{et}$$

$$\vec{EF} = \frac{3}{2} \vec{BA}.$$

On munit le plan du repère (A; $\vec{AB}$, $\vec{AC}$).

1. La figure :

2. On a bien sûr A(0; 0), B(1; 0) et C(0; 1).

De plus, $\vec{AE} = \vec{AC} + \vec{CE} = \vec{AC} - 2 \vec{AC} + \frac{1}{2} \vec{AB} = \frac{1}{2} \vec{AB} - \vec{AC}$. Donc $E(\frac{1}{2}; -1)$.

$\vec{AD} = \frac{5}{2} \vec{AC} + \frac{1}{2} \vec{CB} = \frac{5}{2} \vec{AC} + \frac{1}{2} (\vec{CA} + \vec{AB}) = \frac{1}{2} \vec{AB} + 2 \vec{AC}$. Donc $D(\frac{1}{2}; 2)$.

$\vec{AF} = \vec{AE} + \vec{EF} = \frac{1}{2} \vec{AB} - \vec{AC} + \frac{3}{2} \vec{BA} = -\vec{AB} - \vec{AC}$. Donc $F(-1; -1)$.

3. $\vec{DE}(0; -3)$ et $\vec{AC}(0; 1)$. Les produits en croix : $0 \times 1 = 0$ et $-3 \times 0 = 0$, sont égaux donc les vecteurs $\vec{DE}$ et $\vec{AC}$ sont colinéaires et les droites (DE) et (CA) sont parallèles.

4. $\vec{CD}(\frac{1}{2}; 1)$ et $\vec{CF}(-1; -2)$. Les produits en croix : $\frac{1}{2} \times (-2) = -1$ et $1 \times (-1) = -1$, sont égaux donc les points C, D, F sont alignés.

