EXERCICE 1 : (7 points)

La courbe C_f ci-contre représente la fonction f définie sur l'intervalle $[-3 ; 6]$.

a) Compléter :

L'image de 2 par la fonction f est 6. Donc $f(2) = 6$.

L'image de -2 par la fonction f est 0. Donc $f(-2) = 0$.

Le ou les antécédents de 3 par la fonction f sont $-3 ; 1$ et 5 .

Le nombre 8 ou -2 n'a pas d'antécédents par la fonction f .

Le maximum de f est égal à 7 atteint pour $x = 3$.

Le minimum de f est égal à -2 atteint pour $x = 6$.

La fonction f est croissante sur l'intervalle $[-1 ; 3]$.

b) Dresser le tableau de variations de f sur $[-3 ; 6]$ ci-dessous :

x	-3	-1	3	6
$f(x)$	3	-1	7	-2

c) Dans le même repère, tracer la courbe représentative de la fonction g définie par $g(x) = x + 2$. C'est une fonction affine, donc la représentation graphique est une droite.

d) Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = g(x)$. On cherche les abscisses des points d'intersection des deux courbes : $S = \{-2 ; 1 ; 4\}$.

EXERCICE 2 (6 points)

A. On considère le triangle ABC rectangle en A et H le pied de la hauteur issue de A, tel que $AB = 3$ et $AC = 4$.

1. Trouver trois triangles semblables sur la figure : ABC, ABH et ACH.

2. Compléter :

Les triangles ABC et ABH sont semblables, donc les longueurs de leurs côtés sont proportionnelles.

Ainsi $\frac{AB}{BH} = \frac{AC}{AH} = \frac{BC}{AB}$. Donc $AH = \frac{AB \times AC}{BC} = \frac{3 \times 4}{5} = 2,4$. On calcule BC par le théorème de Pythagore dans le triangle ABC rectangle en A.

3. Calculer les longueurs BH et CH : D'après les égalités précédentes, on obtient $BH = \frac{AB \times AH}{AC} = \frac{3 \times 2,4}{4} = 1,8$.

Et $CH = BC - BH = 5 - 1,8 = 3,2$.

B. Sur la figure ci-contre où les segments [AB] et [CD] sont des cordes du cercle de centre O, montrer que les triangles ACE et BDE sont semblables.

Les angles $\widehat{AEC}$ et $\widehat{BED}$ sont opposés par les sommet, donc sont de même mesure.

Les angles $\widehat{ACE}$ et $\widehat{DBE}$ interceptent le même arc de cercle AD, donc sont de même mesure. Ainsi, les triangles ACE et BDE ont deux angles de même mesure, donc ils sont semblables.

EXERCICE 3 (7 points)

On considère la fonction f définie sur $[-2 ; 5]$ par $f(x) = -x^2 + 2x + 3$.

1. Compléter le tableau de valeurs suivant :

x	-2	-1	0	1	2	3	4	5
$f(x)$	-5	0	3	4	3	0	-5	-12

2. Représenter graphiquement la fonction f dans le repère ci-contre :

Quel semble être le maximum de la fonction f ? 4, atteint pour $x = 1$.

3. Montrer que $f(x) = -(x - 1)^2 + 4$:

On a $-(x - 1)^2 + 4 = -(x^2 - 2x + 1) + 4 = -x^2 + 2x - 1 + 4 = -x^2 + 2x + 3 = f(x)$.

4. En déduire le maximum de la fonction f : On sait que un carré est toujours positif, donc pour tout réel x ,

$$(x - 1)^2 \geq 0$$

$$-(x - 1)^2 \leq 0 \text{ (on multiplie par } -1)$$

$$-(x - 1)^2 + 4 \leq 4 \text{ (on ajoute 4)}$$

$$f(x) \leq 4 ;$$

donc le maximum de f est bien 4 atteint pour $x = 1$.