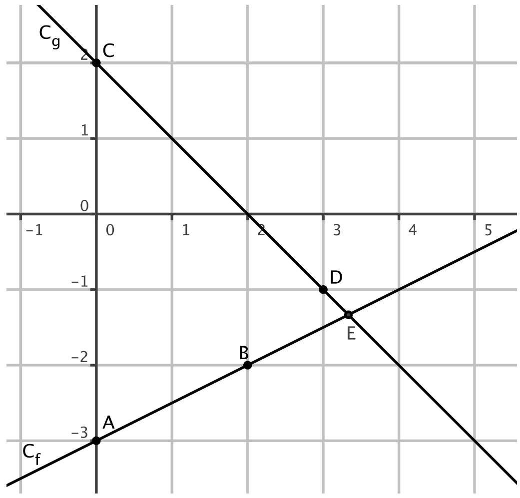
CORRIGÉ DEVOIR SURVEILLE N ° 3 SECONDE 7

EXERCICE 1 : On considère les fonctions f et g définies par

$f(x) = \frac{1}{2}x - 3$ et $g(x) = -x + 2$.



1. Les fonctions f et g sont des fonctions affines, donc pour les représenter, il suffit de déterminer les coordonnées de deux points de la droite représentative : $f(0) = -3$ et $f(2) = -2$, donc la droite représentant la fonction f passe par les points A(0; – 3) et B(2; – 2). $g(0) = 2$ et $g(3) = -1$, donc la droite représentant la fonction g passe par les points C(0; 2) et D(3; – 1).
2. Les variations d'une fonction affine se déterminent par le signe du coefficient directeur: Pour f, c'est $½ > 0$, donc la fonction f est strictement croissante. Pour g, c'est $-1 < 0$, donc la fonction g est strictement décroissante.
3. Pour résoudre l'inéquation $(½\,x - 3)(-x + 2) > 0$, on réalise un tableau de signes :
$½\,x - 3 = 0$ pour $x = 6$ et $-x + 2 = 0$ pour $x = 2$.
Le produit doit être strictement positif, donc la solution est S =]2; 6[.

x	$-\infty$		2		6		$+\infty$
$½\,x - 3$		$-$		$-$	0	$+$	
$-x + 2$		$+$	0	$-$		$-$	
produit		$-$	0	$+$	0	$-$	

EXERCICE 2 :

1. Une équation de la droite (AB) : On considère le point M(x; y) de la droite (AB). Alors les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AM}$ sont colinéaires; $\overrightarrow{AB}$ (4; 3) et $\overrightarrow{AM}$ ($x + 5$; $y + 2$). Leurs coordonnées sont proportionnelles, donc $4(y + 2) = 3(x + 5)$, soit $y + 2 = \frac{3}{4}(x + 5)$, soit $y = \frac{3}{4}x + \frac{15}{4} - 2 = \frac{3}{4}x + \frac{7}{4}$.

2. Le point E (11; 10) est sur la droite (AB) si ses coordonnées vérifient l'équation de la droite; soit $\frac{3}{4}\times 11 + \frac{7}{4} = \frac{33+7}{4} = \frac{40}{4} = 10$. Donc E est sur la droite (AB).

3. Une équation de la droite (CD) : On considère le point M(x; y) de la droite (CD). Alors les vecteurs $\overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{CM}$ sont colinéaires; $\overrightarrow{CD}$ (4; – 4) et $\overrightarrow{CM}$ ($x + 1$; $y - 5$). Leurs coordonnées sont proportionnelles, donc $4(y - 5) = -4(x + 1)$, soit $y - 5 = \frac{-4}{4}(x + 1)$, soit $y = -x - 1 + 5 = -x + 4$.

4. Pour déterminer les coordonnées du point d'intersection des deux droites, on résout l'équation $\frac{3}{4}x + \frac{7}{4} = -x + 4$; soit $\frac{3}{4}x + x = -\frac{7}{4} + 4$; soit $\frac{7}{4}x = \frac{9}{4}$; soit $x = \frac{9}{7}$. On remplace dans l'une des équation de droites pour trouver y : $-\frac{9}{7} + 4 = \frac{-9+28}{7} = \frac{19}{7}$. Les coordonnées du point d'intersection des deux droites sont $\left(\frac{9}{7} ; \frac{19}{7}\right)$.

EXERCICE 3 :

On considère le triangle ABC donné ci-dessous.

1. Construction du point I milieu du segment [BC] et du point D défini par $\overrightarrow{CD} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$.
2. $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CD}$ par la relation de Chasles, puis

$$\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{3}\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{3}(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC}) = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}.$$

3. a) Dans le repère $(A; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$, Les coordonnées des points : A(0; 0), B(1; 0), C(0; 1) et $I\left(\frac{1}{2} ; \frac{1}{2}\right)$.

b) Comme

$\overrightarrow{AD} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$, alors $D\left(\frac{2}{3} ; \frac{2}{3}\right)$.

4. Pour montrer que les points A, I et D sont alignés, on montre que les vecteurs $\overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{AI}$ sont colinéaires :

$\overrightarrow{AD}\left(\frac{2}{3} ; \frac{2}{3}\right)$ et $\overrightarrow{AI}\left(\frac{1}{2} ; \frac{1}{2}\right)$. On remarque que $\overrightarrow{AD} = \frac{4}{3}\overrightarrow{AI}$. Donc les vecteurs sont colinéaires et par suite, les points A, I et D sont alignés.

5. Le centre de gravité du triangle est situé au $\frac{2}{3}$ de chaque médiane à partir d'un sommet. Comme (AI) est une médiane, $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AI}$, $G\left(\frac{1}{3} ; \frac{1}{3}\right)$.