CORRIGÉ DEVOIR SURVEILLE N ° 5 SECONDE 7

**EXERCICE 1 :** 1. Résolution de l'inéquation $(x+2)^2 \geqslant (3x-4)^2$ : on compare à 0 : $(x+2)^2 - (3x-4)^2 \geqslant 0$ ;
on factorise : $[(x+2)-(3x-4)][(x+2)+(3x-4)] \geqslant 0$ ;
on simplifie : $(-2x+6)(4x-2) \geqslant 0$ ;
on réalise un tableau de signes :
$-2x+6=0$ pour $x=3$; $4x-2=0$ pour $x=½$ .
La solution de l'inéquation est S = [½ ; 3].

| $x$ | $-\infty$ | | ½ | | 3 | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $-2x+6$ | | + | | + | 0 | – | |
| $4x-2$ | | – | 0 | + | | + | |
| produit | | – | 0 | + | 0 | – | |

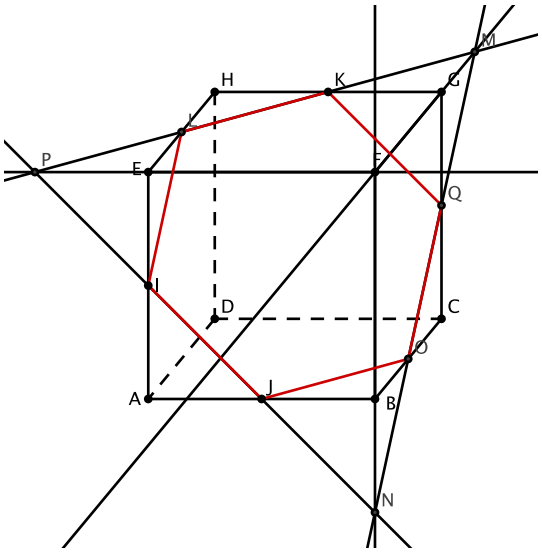
2. Le système d'équations $\begin{cases} 2x+5y=7 \\ 3x+7y=8 \end{cases}$ a une unique solution
car $2\times7-3\times5=-1\neq0$; on le résout par la méthode des combinaisons linéaires :

$\begin{matrix} L_1 \\ L_2 \end{matrix}\begin{cases} 2x+5y=7 \\ 3x+7y=8 \end{cases}$ équivaut à $\begin{matrix} 3\times L_1 \\ -2\times L_2 \end{matrix}\begin{cases} 6x+15y=21 \\ -6x-14y=-16 \end{cases}$ équivaut à $\begin{matrix} L_1 \\ 3L_1-2L_2 \end{matrix}\begin{cases} 2x+5y=7 \\ y=5 \end{cases}$ équivaut à

$\begin{matrix} L_1 \\ L'_2 \end{matrix}\begin{cases} 2x+5\times5=7 \\ y=5 \end{cases}$ équivaut à $\begin{matrix} L_1 \\ L'_2 \end{matrix}\begin{cases} 2x=7-25 \\ y=5 \end{cases}$ équivaut à $\begin{cases} x=-9 \\ y=5 \end{cases}$ . La solution est S = {(– 9; 5)}

**EXERCICE 2 :**
On considère le cube ABCDEFGH ci-dessous où I est le milieu de [AE], J celui de [AB] et K celui de [HG].
1. a) Les plans (ABC) et (DBF) sont sécants suivant la droite (DC); b) Les plans (HGC) et (AIJ) sont parallèles;
c) Les droites (EF) et (CH) sont non coplanaires ; d) Les droites (BI) et (EF) sont sécantes en R;
e) La droite (KI) est sécante au plan (ABC) en S; f) Les plans (AIG) et (KGC) sont sécants suivant la droite (CG);

2. a) On sait que (AB) et (EF) sont parallèles, ainsi que les droites (HG) et (EF); donc les droites (AB) et (EF) sont parallèles, et donc les droites (AI) et (HK) sont parallèles. De plus, AB = HG = l'arête du cube. Donc AJ = HK = ½ arête. Ainsi, le quadrilatère AJKH a deux côtés parallèles et de même longueur, donc c'est un parallélogramme. Donc les droites (JK) et (AH) sont parallèles.
b) La droite (AB) est perpendiculaires aux droites (AD) et (AE) (par les faces du cube qui sont des carrés), donc la droite (AB) est orthogonale à deux droites sécantes du plan (ADE), donc elle est perpendiculaire à ce plan. Ainsi, elle est orthogonale à toutes les droites de ce plan, donc (AH) et (AB) sont perpendiculaires.
c) ON sait que AJKH est un parallélogramme; comme les côtés (AJ) et (AH) sont perpendiculaires, alors AJKH est un rectangle.




3. a) Dans le triangle ABC rectangle en B, on utilise le théorème de Pythagore : $AC^2 = AB^2 + BC^2 = 4^2 + 4^2 = 32$; donc
$AC = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$ . Dans le triangle AEB, les points I et J sont les milieux des côtés [AE] et [AB], donc (IJ) est parallèle au troisième côté [BE] et IJ = ½ BE. [BE] est un diagonale d'une face du cube comme [AC], donc $BE = AC = 4\sqrt{2}$ , et $IJ = 2\sqrt{2}$ .
La droite (HG) est parallèle à (AB), donc (HG) est perpendiculaire au plan (ADE), et le triangle IKH est rectangle en H.
On sait que HK = ½ HG = 2 = EI; le triangle HEI est rectangle en E, donc $HI^2 = EH^2 + EI^2 = 4^2 + 2^2 = 20$; donc $HI = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$ .
Ainsi $KI^2 = KH^2 + HI^2 = 20 + 2^2 = 24$; donc $KI = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}$ .
b) Le triangle AIJ est rectangle en A, donc l'aire du triangle AIJ est égale à $\frac{AI\times AJ}{2} = \frac{2\times2}{2} = 2$.
La base de la pyramide AIJD est le triangle AIJ et la hauteur est AD.
Donc le volume de la pyramide AIJD est égal à $\frac{aire(AIJ)\times AD}{3} = \frac{2\times4}{3} = \frac{8}{3}$ .