LYCEE MISTRAL **DEVOIR COMMUN SECONDE** *FEVRIER 2008*

Nom Prénom : **2^{nde} :**

Durée de l'épreuve : 2 heures. noté sur 40
Ce sujet comporte 2 pages (le sujet est à rendre avec la copie)
L'usage d'une calculatrice est autorisé.
La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

Exercice 1 *(9 points)*:

On considère la fonction f définie sur l'intervalle I = [-4 ; 6] et C_f sa courbe donnée sur la figure 1 de l'annexe. A l'aide du graphique répondre aux questions posées ci-dessous.

Consigne : On prendra soin de répondre sur sa copie tout en laissant les traces des résolutions sur le graphique .

1) Donner l'image de 2 par f, puis la valeur de $f(-2)$.
2) Donner des valeurs approchées des antécédents de 0 par f.
3) Pour quelle valeur est atteint le maximum de f sur l'intervalle I ? Donner la valeur de ce maximum.
4) Proposer le tableau de variation de f.
5) Soit a et b deux réels tels que $-1 < a < b < 3$. Comparer $f(a)$ et $f(b)$ en justifiant.
6) Tracer dans le même repère que C_f la courbe représentant la fonction g définie sur I par : $g(x) = -x + 2$
7) Résoudre graphiquement dans l'intervalle I l'inéquation : $f(x) \leq g(x)$.

Exercice 2 *(7 points)*:

On considère la fonction f définie sur **R** par $f(x) = 4 - (x - 1)^2$.
Sa courbe C_f est donnée sur la figure 2 de l'annexe. Elle pourra servir à vérifier graphiquement certains de vos résultats trouvés.

1) Montrer que $f(x) = -x^2 + 2x + 3$.
2) Factoriser $f(x)$.

Pour répondre à chaque question suivante, choisir la forme de $f(x)$ la mieux adaptée :

3) Résoudre dans **R** l'équation $f(x) = 4$.
4) Calculer les antécédents de 3 par f.
5) Déterminer, par le calcul, les abscisses des points d'intersection de la courbe de f avec l'axe des abscisses.

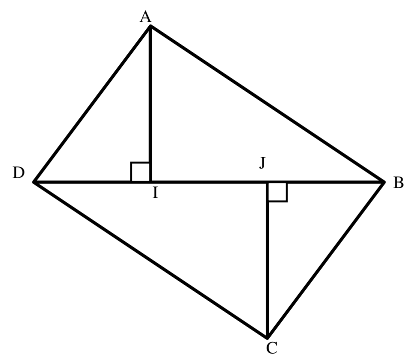
Exercice 3 *(7 points)*

Consignes : Pour chaque question il y a une seule bonne réponse . ***On répondra sur sa copie en indiquant clairement le numéro de la question et celui de la réponse****.*
Chaque bonne réponse est comptée 1 point et chaque réponse fausse −0,5 point ;

questions	***réponse a***	***réponse b***	***réponse c***
1) $\dfrac{3a}{8}+\dfrac{5a}{12}$ est égal à :	$\dfrac{8a}{20}$	$\dfrac{19a}{24}$	$\dfrac{15a^2}{96}$
2) Pour a et b deux réels non nuls, $(a^2b^{-3})^2$ est égal à :	$(ab)^{-2}$	a^4b^{-6}	a^4b^9
3) $\sqrt{50}+\sqrt{162}$ est égal à :	$2\sqrt{3}$	$14\sqrt{2}$	$\sqrt{212}$
4) $-3a+2=-9$ alors :	$a = 11/3$	$a = -11/3$	$a = -3/11$
5) *Si $-1< x < 0$ alors :*	*$(x+1)^2< x+1$*	*$x^2 > 1$*	*$x+1 < (x+1)^2$*
6) Si $x = -3$; $-2x^2 + x$ vaut :	−21	−15	15
7) Soit f la fonction définie par *$f(x)=x^2-2x-1$* alors *$f(-1)$* est égal à :	-2	0	2

Exercice 4 *(7 points)*:

ABCD est un rectangle tel que AB = 8 et BC = 6. Les points I et J sont les projetés orthogonaux des points A et C sur la droite (BD).



1) Calculer BD.
2) Montrer que les triangles AID et CJB sont isométriques. En déduire que DI = BJ.
3) a) Montrer que les triangles AID et BAD sont semblables.
   b) Calculer ID, puis en déduire IJ.

Exercice 5 *(10 points + 2 points de bonus):*

ABCD est un parallélogramme. **Les parties A et B sont indépendantes.**

Partie A : *Consigne : La figure est donnée ci-dessous et sera complétée au fur et à mesure de l'avancement de l'exercice.*

1) Construire le point *M* défini par : $\overrightarrow{MB} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BA}$.

2) Soit N le point tel que : $2\overrightarrow{NA} - 3\overrightarrow{ND} = \vec{0}$.

Démontrer que : $\overrightarrow{AN} = 3\overrightarrow{AD}$ puis placer le point *N*.

3) Démontrer que : $\overrightarrow{CM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD}$. (On pourra utiliser que $\overrightarrow{CM} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BM}$)

4) Prouver que : $\overrightarrow{CN} = -\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AD}$.

5) En déduire que les vecteurs $\overrightarrow{CM}$ et $\overrightarrow{CN}$ sont colinéaires. Interpréter ce résultat.

Partie B :

On se place dans un repère orthonormal $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$ et on considère les points :

$A(-2 ; 2)$ $B(5 ; 6)$ $C(4 ; -1)$ $D(-3 ; -5)$

Consigne : Faire la figure sur sa copie que l'on complètera au fur et à mesure.

6) Démontrer que le quadrilatère *ABCD* est un parallélogramme.

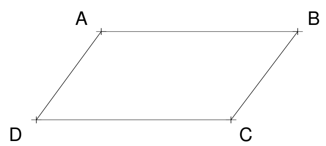
7) Déterminer par le calcul les coordonnées du point *M* défini par : $\overrightarrow{MB} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BA}$.

Vérifier par construction.

8) Soit *N* le point défini par $2\overrightarrow{NA} - 3\overrightarrow{ND} = \vec{0}$.

Vérifier que *N* a pour coordonnées $(-5 ; -19)$. *(question bonus)*

9) En déduire que les points *M*, *N* et *C* sont alignés. *(question bonus)*



ANNEXE :

Figure 1 :
(Exercice 1)

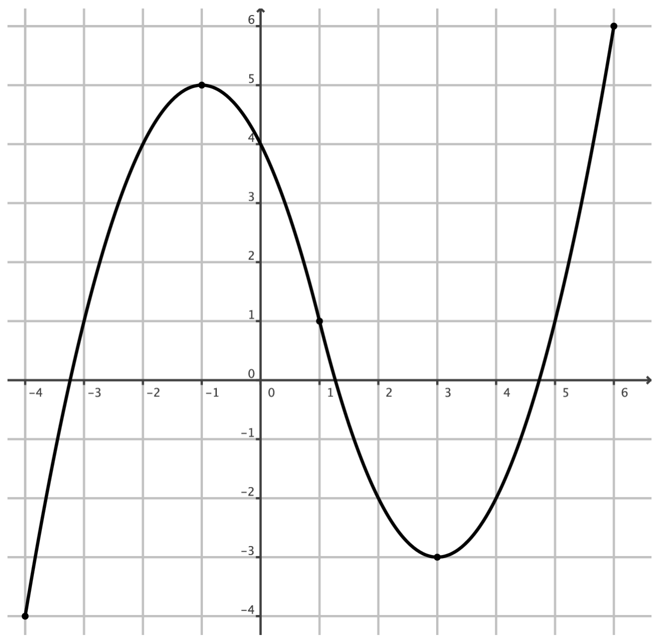


Figure 2 :
(Exercice 2)