

EXERCICE 1

On pose $b = a^2 - 2a$; $m = a + \sqrt{b}$ et $n = a - \sqrt{b}$.

1. Le tableau complété :

2. On constate que $m + n = mn$.

3. Pour tout réel $a > 2$,

$$m = a + \sqrt{b} = a + \sqrt{a^2 - 2a} \text{ et}$$

$$n = a - \sqrt{a^2 - 2a} ; \text{ d'où } m + n =$$

$$a + \sqrt{a^2 - 2a} + a - \sqrt{a^2 - 2a} = 2a \text{ et}$$

$$mn = (a + \sqrt{a^2 - 2a})(a - \sqrt{a^2 - 2a}) =$$

$$a^2 - (a^2 - 2a) = 2a \text{ en utilisant l'identité}$$

remarquable $(A + B)(A - B) = A^2 - B^2$. Donc, pour tout $a > 2$, $m + n = mn$.

a	b	m	n	$m + n$	mn
5	15	$5 + \sqrt{15}$	$5 - \sqrt{15}$	10	10
9	63	$9 + 3\sqrt{7}$	$9 - 3\sqrt{7}$	18	18
10	80	$10 + 2\sqrt{20}$	$10 - 2\sqrt{20}$	20	20
20	360	$20 + 6\sqrt{10}$	$20 - 6\sqrt{10}$	40	40
5,4	18,36	$5,4 + 6\sqrt{0,51}$	$5,4 - 6\sqrt{0,51}$	10,8	10,8

EXERCICE 2

On considère l'expression $A = x^3 - 8x^2 - x$.

1. Lorsque $x = 8,12$, $A = 8,12^3 - 8 \times 8,12^2 - 8,12 = -0,21$.

2. Lorsque $x = 4 + \sqrt{17}$, $A = (4 + \sqrt{17})^3 - 8 \times (4 + \sqrt{17})^2 - (4 + \sqrt{17}) = 0$.

3. Lorsque $x = 4 - \sqrt{17}$, $A = (4 - \sqrt{17})^3 - 8 \times (4 - \sqrt{17})^2 - (4 - \sqrt{17}) = 0$.

4. On obtient le même résultat 0 pour $x = 4 + \sqrt{17}$ et $x = 4 - \sqrt{17}$. Le résultat obtenu est exact.

Pour $x = 8,12$, le résultat $A = -0,21$ est une valeur approchée. La valeur exacte est -0.20787200000006 .

EXERCICE 3

1. Donner la décomposition en facteurs premiers des nombres suivants :

$$A = 617400 = 2^3 \times 3^2 \times 5^2 \times 7^3 ; B = 294000 = 2^4 \times 3 \times 5^3 \times 7^2 ; C = 472500 = 2^2 \times 3^3 \times 5^4 \times 7.$$

Le PGCD des nombres A et B est $2^3 \times 3 \times 5^2 \times 7^2 = 29400$.

Le PGCD des nombres B et C est $2^2 \times 3 \times 5^3 \times 7 = 10500$.

2. Le PPCM des nombres A et B = $\frac{617400 \times 294000}{29400} = 6174000$;

Le PPCM des nombres B et C = $\frac{294000 \times 472500}{10500} = 13230000$;

3. En déduire des simplifications des écritures suivantes (détailler les calculs) :

$$C = \sqrt{617400} \times \sqrt{294000} = \sqrt{617400 \times 294000} = \sqrt{2^3 \times 3^2 \times 5^2 \times 7^3 \times 2^4 \times 3 \times 5^3 \times 7^2} = \sqrt{2^7 \times 3^3 \times 5^5 \times 7^5} = 2^3 \times 3 \times 5^2 \times 7^2 \sqrt{2 \times 3 \times 5 \times 7} = 29400 \sqrt{210} ;$$

$$D = \frac{1}{294000} + \frac{1}{472500} = \frac{45 + 28}{13230000} = \frac{73}{13230000} ;$$

$$E = \frac{617400}{472500} = \frac{2^3 \times 3^2 \times 5^2 \times 7^3}{2^2 \times 3^3 \times 5^4 \times 7} = \frac{2 \times 7^2}{3 \times 5^2} = \frac{98}{75} .$$