

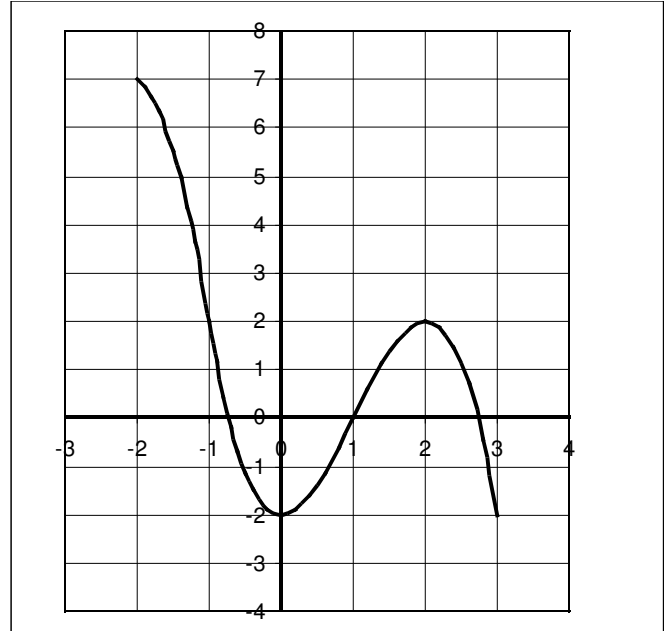
Durée de l'épreuve : 2 heures. noté sur 40 La 3ème page est à rendre avec la copie.

L'usage d'une calculatrice est autorisé.

La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

EXERCICE 1 (8 points):

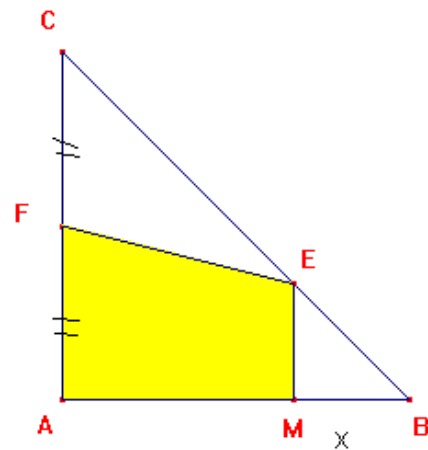
La courbe ci-contre est la représentation graphique d'une fonction f .



- 1) Donner l'ensemble de définition de la fonction f .
- 2) Lire l'image de -2 par la fonction f .
- 3) Lire les valeurs de $f(0)$ et $f(2)$.
- 4) Lire les antécédents éventuels de -2 par la fonction f , puis ceux de -3 .
- 5) Donner l'ensemble des solutions de l'équation : $f(x) = 2$
- 6) Donner l'ensemble des solutions de l'inéquation : $f(x) > 2$
- 7) Donner le maximum de la fonction f sur l'intervalle $[-2 ; 3]$. Pour quelle(s) valeur(s) de x est-il atteint ?
Même question pour le minimum.
- 8) Etablir le tableau de variation de la fonction f .

EXERCICE 2 (9,5 points + bonus) :

ABC est un triangle rectangle isocèle en A, tel que $AC = AB = 4$. F est le milieu de [AC]. M est un point libre sur le segment [AB]. La perpendiculaire à (AB) passant par M coupe [BC] en E. On pose $MB = x$.



- 1) Justifier que AMEF est un trapèze.
 - 2) A quel intervalle appartient le nombre réel x ?
 - 3) Prouver que $EM = x$
- Dans la suite du problème, on appelle $g(x)$ l'aire du trapèze AMEF.
- On rappelle que l'aire d'un trapèze de bases b et B et de hauteur h est donnée par :** $\frac{1}{2} (b + B) h$.

4) Montrer que : $g(x) = \frac{1}{2} (x + 2)(4 - x)$

5) En déduire que la forme développée de $g(x)$ est : $g(x) = -\frac{1}{2}x^2 + x + 4$.

6) Calculer $g(2)$. Que peut-on dire du trapèze AMEF dans ce cas là ?

7) En choisissant l'expression de $g(x)$ la mieux adaptée, résoudre sur l'intervalle $[0 ; 4]$ les équations suivantes : a) $g(x) = 0$ b) $g(x) = 4$

8) question bonus :

a) développer et réduire l'expression : $-\frac{1}{2}(x - 1)^2 + \frac{9}{2}$

b) En déduire que $g(x) \leq \frac{9}{2}$ pour tout $x \in [0 ; 4]$, et que g possède un maximum sur $[0 ; 4]$.

c) Donner la valeur maximale de l'aire du trapèze AMEF, et préciser la position de M pour laquelle elle est atteinte.

EXERCICE 3 (9 points):

Dans un repère orthonormé $(O ; i , j)$ on donne les points : $A(3 ; -2)$, $B(1 ; 2)$ et $C(9 ; 1)$.

- 1) Placer les points A, B et C dans le repère donné en **annexe 1** .
- 2) Calculer les coordonnées des vecteurs \vec{AB} , \vec{AC} et \vec{BC} .
- 3) Calculer les longueurs AB, AC et BC.
- 4) Quelle est la nature du triangle ABC ? Justifier.
- 5) Placer le point K symétrique de A par rapport à B, puis calculer ses coordonnées.
- 6) On considère le point T de coordonnées $(-15 ; -6)$ que l'on ne peut pas placer dans le repère...
Prouver cependant que les droites (BT) et (AC) sont parallèles.

EXERCICE 4 : (7 points) :

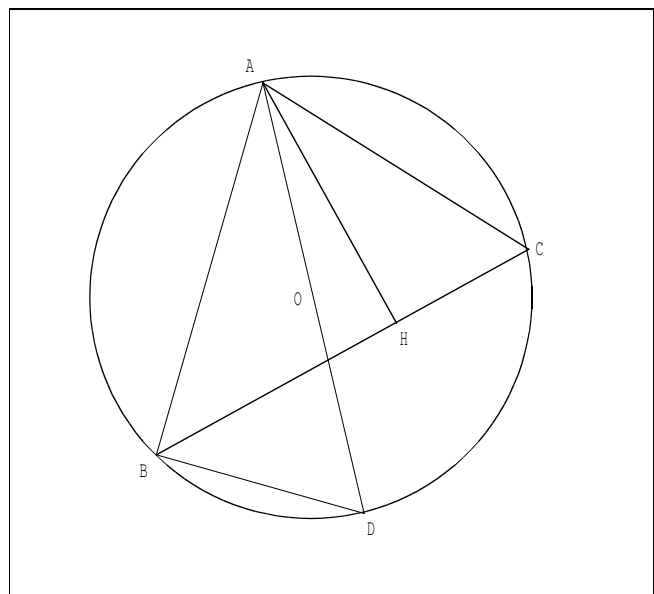
ABCD est un parallélogramme, donné en **annexe 2**. On complétera le dessin sur cette figure.
On choisit le repère : $(A ; \vec{AB}, \vec{AD})$

- 1) Quelles sont les coordonnées des points A, B, C, et D ? (On ne demande aucune justification).
- 2) Placer les points S et K tels que : $\vec{AS} = \frac{3}{2} \vec{AB}$ et $\vec{AK} = \vec{AB} + \frac{1}{2} \vec{AD}$
- 3) Vérifier que les coordonnées de S et K sont : $S(\frac{3}{2} ; 0)$ et $K(1 ; -\frac{1}{2})$
- 4) Soit I le milieu de [KS]. Montrer que les coordonnées de I sont : $(\frac{5}{4} ; -\frac{1}{4})$
- 5) Prouver que les points D, B et I sont alignés.

EXERCICE 5 (6,5 points) :

ABC est un triangle. Le cercle C de centre O et de rayon R est le cercle circonscrit à ce triangle. La droite (OA) recoupe le cercle en D. H est le pied de la hauteur issue de A dans le triangle ABC.

- 1) Justifier que les angles $\angle ACB$ et $\angle ADB$ ont la même mesure.
- 2) Montrer que les triangles AHC et ABD sont semblables.
- 3) Ecrire les égalités de rapports qui en découlent.
- 4) En déduire que $AB \cdot AC = 2 \cdot R \cdot AH$.

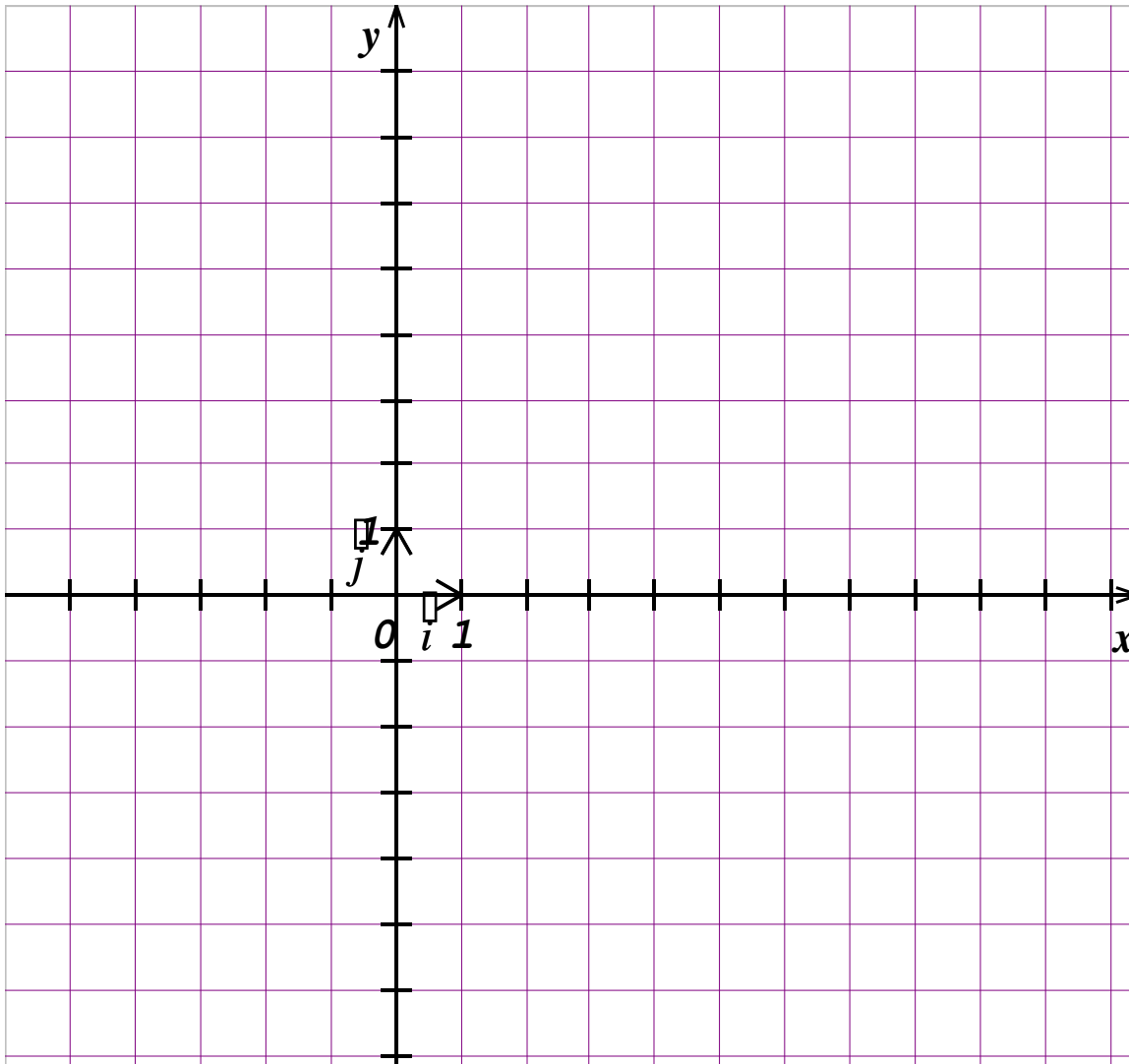


5) En déduire que $AB \square AC \square BC = 4 \square R \square S$ où S est l'aire du triangle ABC.

NOM : Prénom : Classe : 2^{nde}

Cette page est à rendre avec votre copie.

ANNEXE 1 (Pour l'exercice 3) :



ANNEXE 2 (Pour l'exercice 4) :

