CORRIGÉ DEVOIR MAISON N° 7 SECONDE 7

EXERCICE 1

On considère un repère orthonormé (O; I, J) du plan, et les points A(2; 14), B(19, 8) et C(– 5; – 10).

1. AB = $\sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = \sqrt{(19-2)^2+(8-14)^2} = \sqrt{17^2+(-6)^2} = \sqrt{325} = 5\sqrt{13}$;

AC = $\sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} = \sqrt{(-5-2)^2+(-10-14)^2} = \sqrt{(-7)^2+(-24)^2} = \sqrt{625} = 25$;

BC = $\sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2} = \sqrt{(-5-19)^2+(-10-8)^2} = \sqrt{(-24)^2+(-18)^2} = \sqrt{900} = 30$.

Le demi-périmètre es alors égal à $p = \frac{5\sqrt{13}+25+30}{2} = \frac{55+5\sqrt{13}}{2}$.

2. On considère le point D(11; 2).

a) Pour montrer que les points B, C et D sont alignés, on détermine la fonction affine dont la droite (BC) est la représentation graphique, et on vérifie que les coordonnées de D vérifie cette relation. Soit f cette fonction; on sait que $f(x) = ax + b$, avec $a = \frac{y_B - y_C}{x_B - x_C} = \frac{8-(-10)}{19-(-5)} = \frac{18}{24} = \frac{3}{4}$. Et pour trouver le nombre b, on remplace x et $f(x)$ par les coordonnées de B : $8 = \frac{3}{4} \times 19 + b$, soit $b = 8 - \frac{57}{4} = \frac{32-57}{4} = \frac{-25}{4}$. Donc $f(x) = \frac{3}{4}x + \frac{-25}{4}$; si on remplace par les coordonnées de D : $\frac{3}{4} \times 11 + \frac{-25}{4} = \frac{33-25}{4} = 2$, donc D est sur la droite (BC), et B, C, D sont alignés.

b) Pour montrer que le triangle ABD est rectangle en D, on utilise la réciproque du théorème de Pythagore :

AD = $\sqrt{(x_D - x_A)^2 + (y_D - y_A)^2} = \sqrt{9^2+(-12)^2} = \sqrt{225} = 15$; et BD = $\sqrt{(-8)^2+(-6)^2} = \sqrt{100} = 10$; ainsi $AD^2 + BD^2 = 225 + 100 = 325 = AB^2$. Donc ABD est rectangle en D.

c) La droite (AD) est perpendiculaire à (BC), donc le segment [AD] est une hauteur du triangle ABC. ?

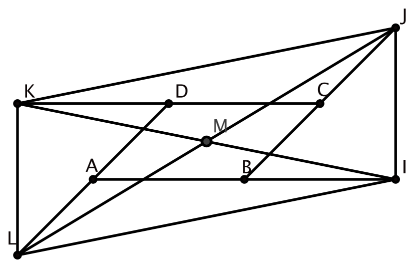
3. AD = 15 et l'aire S du triangle ABC est égale à S = $\frac{AD \times BC}{2} = \frac{15 \times 30}{2} = 225$.

4. On a $p(p-a)(p-b)(p-c) = \frac{55+5\sqrt{13}}{2}\left(\frac{55+5\sqrt{13}}{2}-30\right)\left(\frac{55+5\sqrt{13}}{2}-25\right)\left(\frac{55+5\sqrt{13}}{2}-5\sqrt{13}\right) =$

$\frac{55+5\sqrt{13}}{2}\left(\frac{5\sqrt{13}-5}{2}\right)\left(\frac{5\sqrt{13}+5}{2}\right)\left(\frac{55-5\sqrt{13}}{2}\right) = \left(\frac{55^2-(5\sqrt{13})^2}{4}\right)\left(\frac{(5\sqrt{13})^2-5^2}{4}\right) = \left(\frac{3025-325}{4}\right)\left(\frac{325-25}{4}\right) =$

$= \frac{2700 \times 300}{16} = \frac{810000}{16} = 50625$, et $\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = 225 = S$.

EXERCICE 2 : On considère le parallélogramme ABCD ci-contre.



Construction des points I, J, K et L symétriques des points A, B, C et D respectivement par rapport aux points B, C, D et A :

1. Les coordonnées de tous les points de la figure dans le repère (A; B, D) : A(0; 0), B(1; 0), C(1; 1), D(0; 1), I(2; 0), J(1; 2), K(– 1; 1), L(0; – 1).

2. Pour démontrer que le quadrilatère IJKL est un parallélogramme, on montre que les diagonales sue coupent en leur milieu : soit M le milieu de [IK]; alors $x_M = \frac{x_I + x_K}{2} = \frac{2-1}{2} = \frac{1}{2}$, et $y_M = \frac{y_I + y_K}{2} = \frac{0+1}{2} = \frac{1}{2}$.

soit N le milieu de [JL]; alors $x_N = \frac{x_J + x_L}{2} = \frac{1+0}{2} = \frac{1}{2}$, et $y_N = \frac{y_J + y_L}{2} = \frac{2-1}{2} = \frac{1}{2}$. Donc M = N, et le quadrilatère IJKL est un parallélogramme.

3.Le repère (A; B, D) doit être orthonormé pour que IJKL soit un carré.