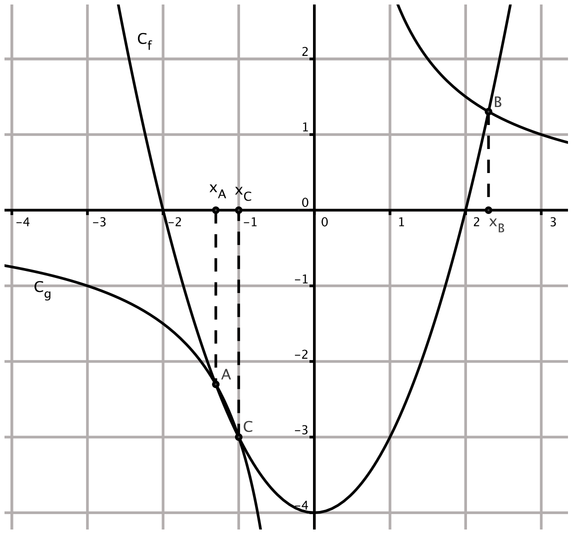
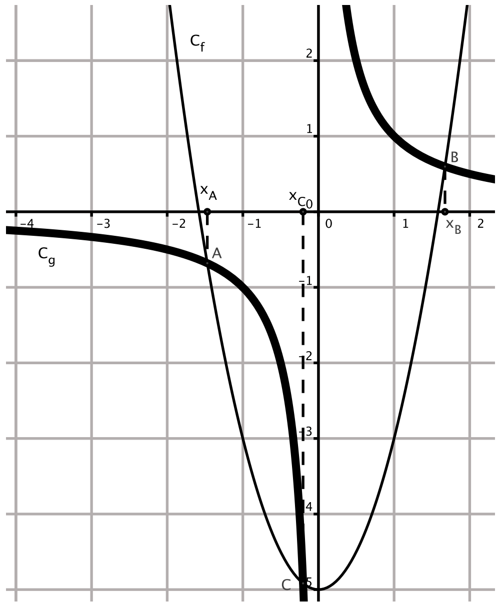
CORRIGÉ DEVOIR MAISON N° 9 SECONDE 7



EXERCICE 1 : Au neuvième siècle de notre ère, le mathématicien persan Al-Kaayyam a mis au point une méthode de résolution des équation du troisième degré.
On considère l'équation $x^3 - 4x - 3 = 0$.
0 n'est pas solution, donc on peut écrire l'équation sous la forme $x^2 - 4 = \dfrac{3}{x}$;

1. Si 0 n'est pas solution de l'équation, on a les équivalences :
$x^3 - 4x - 3 = 0$ équivaut à $x^3 - 4x = 3$ équivaut à
$x^2 - 4 = \dfrac{3}{x}$ équivaut à $f(x) = g(x)$; il ne reste plus qu'à trouver les abscisses des points d'intersection des deux courbes représentatives des fonctions *f* et *g*. A l'aide de la calculatrice ou d'un logiciel traceur de courbes, on trouve des valeurs approchées à 0,1 près des solutions :
$x_A = -1{,}3$; $x_B = 2{,}3$; $x_C = -1$.



2. La même méthode pour résoudre l'équation $2x^3 - 5x - 1 = 0$ qui équivaut à $2x^2 - 5 = \dfrac{1}{x}$.
Les valeurs approchées à 0,1 près des solutions :
$x_A = -1{,}47$; $x_B = 1{,}67$; $x_C = -0{,}2$.

EXERCICE 2 : On considère la fonction *f* définie par $f(x) = \dfrac{2x+5}{x+4}$.

1. L'ensemble de définition de la fonction *f* est $\mathbb{R} \setminus \{-4\}$ puisque le dénominateur ne doit pas s'annuler.

2. Pour tout réel *x* différent de -4, $2 - \dfrac{3}{x+4} = \dfrac{2(x+4)-3}{x+4} = \dfrac{2x+8-3}{x+4} = \dfrac{2x+5}{x+4} = f(x)$.

3. On considère deux réels *a* et *b* de l'intervalle $]-\infty\,;-4[$, tels que $a < b < -4$; on ajoute 4: $a + 4 < b + 4 < 0$; on passe à l'inverse : $\dfrac{1}{a+4} > \dfrac{1}{b+4}$; on multiplie par -3: $\dfrac{-3}{a+4} < \dfrac{-3}{b+4}$;
on ajoute 2 : $2 - \dfrac{3}{a+4} < 2 - \dfrac{3}{b+4}$, soit $f(a) < f(b)$; l'ordre est conservé, donc la fonction *f* est croissante sur $]-\infty\,;-4[$.
On considère deux réels *a* et *b* de l'intervalle $]-4;+\infty[$, tels que $-4 < a < b$; on ajoute 4: $0 < a + 4 < b + 4$; on passe à l'inverse : $\dfrac{1}{a+4} > \dfrac{1}{b+4}$; on multiplie par -3 : $\dfrac{-3}{a+4} < \dfrac{-3}{b+4}$; on ajoute 2 : $2 - \dfrac{3}{a+4} < 2 - \dfrac{3}{b+4}$, soit $f(a) < f(b)$; l'ordre est conservé, donc la fonction *f* est croissante sur $]-4;+\infty[$.

4. Le tableau de variations de *f*.

x	$-\infty$		-4		$+\infty$
$f(x)$		↗	||	↗	

5. L'inéquation $f(x) \leqslant 0$ équivaut à $\dfrac{2x+5}{x+4} \leqslant 0$. On réalise un tableau de signes :

x	$-\infty$		-4		$-2{,}5$		$+\infty$
$2x + 5$		$-$		$-$	0	+	
$x + 4$		$-$	0	+		+	
quotient		+	||	$-$	0	+	

La solution est $S =]-4;-2{,}5]$.