CORRIGÉ DEVOIR SURVEILLÉ N° 5 SECONDE 7

EXERCICE 1 :

a) Résoudre dans ℝ l'inéquation $\dfrac{(2x-3)(-4x+7)}{x+2} \geqslant 0$.

$2x - 3 = 0$ équivaut à $x = \dfrac{3}{2}$;

$-4x + 7 = 0$ équivaut à $x = \dfrac{7}{4}$;

$x + 2 = 0$ équivaut à $x = -2$;

il y a une valeur interdite dans le quotient qui est -2 , la valeur qui annule le dénominateur.

on réalise un tableau de signes :

x	$-\infty$		-2		$\frac{3}{2}$		$\frac{7}{4}$		$+\infty$
$2x-3$		$-$		$-$	0	$+$		$+$	
$-4x+7$		$+$		$+$		$+$	0	$-$	
$x+2$		$-$	0	$+$		$+$		$+$	
Quotient		$+$	‖	$-$	0	$+$	0	$-$	

La solution est $S =]-\infty\,;-2[\cup [\dfrac{3}{2}\,;\dfrac{7}{4}]$.

b) L'inéquation $(2x-3)^2 \geqslant (4x+7)^2$ équivaut à $(2x-3)^2 - (4x+7)^2 \geqslant 0$.

On utilise l'identité remarquable : $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$: $[(2x-3)+(4x+7)][(2x-3)-(4x+7)] \geqslant 0$.

On simplifie : $(6x+4)(-2x-10) \geqslant 0$.

$6x + 4 = 0$ équivaut à $x = \dfrac{-2}{3}$;

$-2x - 10 = 0$ équivaut à $x = -5$;

On réalise un tableau de signes :

x	$-\infty$		-5		$\frac{-2}{3}$		$+\infty$
$6x+4$		$-$		$-$	0	$+$	
$-2x-10$		$+$	0	$-$		$-$	
Produit		$-$	0	$+$	0	$-$	

La solution est $S = [-5;\ \dfrac{-2}{3}]$.

EXERCICE 2 :

1. Représentation graphique des fonctions affines f et g définies sur ℝ par $f(x) = 2x - 4$ et $g(x) = -x + 3$.

2. Pour déterminer les coordonnées du point d'intersection des deux droites représentatives des fonctions f et g , on résout l'équation $f(x) = g(x)$ équivaut à $2x - 4 = -x + 3$, soit $2x + x = 3 + 4$, soit $3x = 7$, soit $x = \dfrac{7}{3}$. On détermine l'ordonnée de ce point d'intersection : $f(\dfrac{7}{3}) = 2\times\dfrac{7}{3} - 4 = \dfrac{14}{3} - \dfrac{12}{3} = \dfrac{2}{3}$. Ainsi, les coordonnées du point d'intersection des deux droites représentatives des fonctions f et g ,sont $(\dfrac{7}{3}\,;\dfrac{2}{3})$.

3. Les variations des fonctions f et g sur ℝ : La fonction f est croissante car le coefficient directeur est égal à 2 et est positif.

La fonction g est décroissante car le coefficient directeur est égal à -1 et est négatif.

3. a) On considère les points A(2; 5) et B(-2 ; 3). Les points A et B sont placés sur le graphique ci-contre.

b) Pour déterminer la fonction affine h dont la représentation graphique est la droite (AB), on calcule le coefficient directeur par la formule $\dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \dfrac{3-5}{-2-2} = \dfrac{-2}{-4} = \dfrac{1}{2}$. Et pour déterminer l'ordonnée à l'origine, on remplace x et $h(x)$ par les coordonnées de A : $h(2) = \dfrac{1}{2}\times 2 + b = 5$, soit b = 5 – 1 = 4. D'où $h(x) = \dfrac{1}{2}x + 4$.

4. Les coordonnées du milieu E du segment [AB] sont données par les relations :

$x_E = \dfrac{x_A + x_B}{2} = \dfrac{2-2}{2} = 0$ et $y_E = \dfrac{y_A + y_B}{2} = \dfrac{5+3}{2} = 4$.

D'où E(0; 4).