CORRIGÉ DEVOIR SURVEILLÉ N° 6 SECONDE 7 *version A*

Dans le repère orthonormé (O; I, J), on considère les points A(4; – 3), B(6; 0), C(0; 4) et D(– 4; – 2).

1. Construction des points A, B, C, D et des autres points ci-dessous.

2. Le triangle ABC est rectangle en B; en effet :

AB = $\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2} = \sqrt{(6-4)^2+(0-(-3))^2} = \sqrt{2^2+3^2} = \sqrt{13}$;

AC = $\sqrt{(x_C-x_A)^2+(y_C-y_A)^2} = \sqrt{(0-4)^2+(4-(-3))^2} = \sqrt{4^2+7^2} = \sqrt{65}$;

BC = $\sqrt{(x_C-x_B)^2+(y_C-y_B)^2} = \sqrt{(0-6)^2+(4-0)^2} = \sqrt{6^2+4^2} = \sqrt{52} = 2\sqrt{13}$.

On a donc AB² + BC² = 13 + 52 = 65 = AC² ; d'après la réciproque du théorème de Pythagore, ABC est rectangle en B.

3. Le triangle BCD est rectangle isocèle en C; en effet :

BC = $\sqrt{52}$. BD = $\sqrt{(x_D-x_B)^2+(y_D-y_B)^2} = \sqrt{(-4-6)^2+(-2-0)^2} = \sqrt{10^2+2^2} = \sqrt{104} = 2\sqrt{26}$. ;

DC = $\sqrt{(x_C-x_D)^2+(y_C-y_D)^2} = \sqrt{(0-(-4))^2+(4-(-2))^2} = \sqrt{4^2+6^2} = \sqrt{52} = 2\sqrt{13}$;

On a donc BC = DC et BC² + DC² = 52 + 52 = 104 = BD² ; d'après la réciproque du théorème de Pythagore, BCD est rectangle en C. Il est donc rectangle isocèle en C.

4. E est le milieu de [BD]; alors $x_E = \frac{x_B+x_D}{2} = \frac{6-4}{2} = 1$, et $y_E = \frac{y_B+y_D}{2} = \frac{0-2}{2} = -1$.

5. Si ABFD soit un parallélogramme, alors les diagonales [AF] et [BD] ont le même milieu E, donc

$x_E = \frac{x_A+x_F}{2}$, soit $x_F = 2x_E - x_A = 2\times1 - 4 = -2$. Et $y_E = \frac{y_A+y_F}{2}$, soit $y_F = 2y_E - y_A = 2(-1) - (-3) = 1$. F(– 2; 1).

6. On remarque que le point F est le milieu du segment [CD] :

$\frac{x_C+x_D}{2} = \frac{0-4}{2} = -2 = x_F$; et $\frac{y_C+y_D}{2} = \frac{4-2}{2} = 1 = y_F$.

7. Le triangle BCD est rectangle en C, donc le centre du cercle circonscrit au triangle est le milieu de l'hypoténuse, soit E; donc le cercle de centre E et de rayon EB passe par C et D.

8. Le quadrilatère ABCF est un rectangle; en effet :

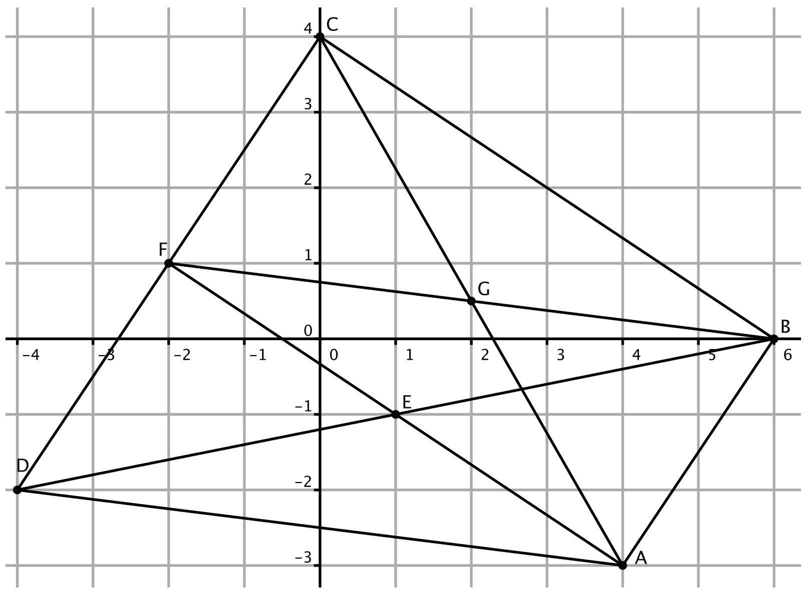
on sait que ABFD est un parallélogramme, donc (AB) // (FD) // (FC); de plus AB = $\sqrt{13}$, et FC = $\frac{1}{2}$ CD = $\sqrt{13}$;

donc AB = FC. Le quadrilatère ABCF a deux côtés opposés parallèles et de même longueur, donc c'est un parallélogramme. De plus, le triangle ABC est rectangle en B, ABCF a un angle droit, donc c'est un rectangle.

9. Les diagonales de ABCF se coupent en G. G est le milieu des diagonales :

$x_G = \frac{x_A+x_C}{2} = \frac{4+0}{2} = 2$, et $y_G = \frac{y_A+y_C}{2} = \frac{-3+4}{2} = \frac{1}{2}$.

10. La longueur EG = $\sqrt{(x_G-x_E)^2+(y_G-y_E)^2} = \sqrt{(2-1)^2+(\frac{1}{2}-(-1))^2} = \sqrt{1^2+\left(\frac{3}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{13}{4}} = \frac{\sqrt{13}}{2}$.



CORRIGÉ DEVOIR SURVEILLÉ N° 6 SECONDE 7 *version B*

Dans le repère orthonormé (O; I, J), on considère les points A(– 3; 4), B(4; 0), C(0; 6) et D(– 2; – 4).

1. Construction des points A, B, C, D et des autres points ci-dessous.

2. Le triangle ABC est rectangle en B; en effet :

AB = $\sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = \sqrt{(4-(-3))^2+(0-4)^2} = \sqrt{7^2+4^2} = \sqrt{65}$;

AC = $\sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} = \sqrt{(0-(-3))^2+(6-4)^2} = \sqrt{3^2+2^2} = \sqrt{13}$;

BC = $\sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2} = \sqrt{(0-4)^2+(6-0)^2} = \sqrt{4^2+6^2} = \sqrt{52} = 2\sqrt{13}$.

On a donc AC² + BC² = 13 + 52 = 65 = AB² ; d'après la réciproque du théorème de Pythagore, ABC est rectangle en C.

3. Le triangle BCD est rectangle isocèle en B; en effet :

BC = $\sqrt{52}$. BD = $\sqrt{(x_D - x_B)^2 + (y_D - y_B)^2} = \sqrt{(-2-4)^2+(-4-0)^2} = \sqrt{6^2+4^2} = \sqrt{52} = 2\sqrt{13}$;

DC = $\sqrt{(x_C - x_D)^2 + (y_C - y_D)^2} = \sqrt{(0-(-2))^2+(6-(-4))^2} = \sqrt{2^2+10^2} = \sqrt{104} = 2\sqrt{26}$;

On a donc BC = BD et BC² + BD² = 52 + 52 = 104 = DC² ; d'après la réciproque du théorème de Pythagore, BCD est rectangle en B. Il est donc rectangle isocèle en B.

4. E est le milieu de [CD]; alors $x_E = \frac{x_C + x_D}{2} = \frac{0-2}{2} = -1$, et $y_E = \frac{y_C + y_D}{2} = \frac{6-4}{2} = 1$.

5. Si ACFD est un parallélogramme, alors les diagonales [AF] et [CD] ont le même milieu E, donc

$x_E = \frac{x_A + x_F}{2}$, soit $x_F = 2x_E - x_A = 2(-1) - (-3) = 1$. Et $y_E = \frac{y_A + y_F}{2}$, soit $y_F = 2y_E - y_A = 2\times 1 - 4 = -2$. F(1; – 2).

6. On remarque que le point F est le milieu du segment [BD] :

$\frac{x_B + x_D}{2} = \frac{4-2}{2} = 1 = x_F$; et $\frac{y_B + y_D}{2} = \frac{0-4}{2} = -2 = y_F$.

7. Le triangle BCD est rectangle en B, donc le centre du cercle circonscrit au triangle est le milieu de l'hypoténuse, soit E; donc le cercle de centre E et de rayon EC passe par B et D.

8. Le quadrilatère ACBF est un rectangle; en effet :

on sait que ACFD est un parallélogramme, donc (AC) // (FD) // (FB); de plus AC = $\sqrt{13}$, et FB = $\frac{1}{2}$ BD = $\sqrt{13}$;

donc AC = FB. Le quadrilatère ACBF a deux côtés opposés parallèles et de même longueur, donc c'est un parallélogramme. De plus, le triangle ABC est rectangle en C, ACCF a un angle droit, donc c'est un rectangle.

9. Les diagonales de ACBF se coupent en G. G est le milieu des diagonales :

$x_G = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{-3+4}{2} = \frac{1}{2}$, et $y_G = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{4+0}{2} = 2$.

G($\frac{1}{2}$; 2)

10. La longueur EG = $\sqrt{(x_G - x_E)^2 + (y_G - y_E)^2}$ =

$\sqrt{\left(\frac{1}{2}-(-1)\right)^2+(2-1)^2} = \sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2+1^2} = \sqrt{\frac{13}{4}} = \frac{\sqrt{13}}{2}$.