CORRIGÉ SECONDE DEVOIR COMMUN NOVEMBRE 2009

Exercice 1 :

a) L'ensemble de définition de f est $[-6;6]$.

b) On place les nombres sur l'axe des abscisses et on lit les ordonnées des points correspondants de la courbe. $f(-5)=1; f(3)=4; f(6)=-2$.

c) On place les nombres sur l'axe des ordonnées et on lit les abscisses des points correspondants de la courbe. Les antécédents de -1 sont -3 et 5. Les antécédents de 3 sont -6 ;-1,5 ;1 et 3,5.

d) Le maximum de f est 4 ; il est atteint pour les valeurs -1 et 3.

e) Le minimum de f est -2 ; il est atteint lorsque x=6.

Exercice 2 :

a) Tableau de variations ci-contre :

x	-4		-2		0		3
f(x)	-1	↗	1	↘	0	↗	2

b) On trace les droites d'équation y = – 2 ; y = 0 ; y = 2 et on regarde les abscisses des points d'intersection de ces droites avec la courbe.

f(x) = - 2. La droite d'équation y=-2 ne coupe pas la courbe donc S = Ø.

f(x) = 0 : S={-3 ;0}

f(x) = 2 : S={3}.

c) Tous les points de la courbe sont au-dessus de la droite d'équation y = - 1 donc pour f(x) < - 1, on a S =Ø.

On regarde les abscisses des points de la courbe situés en dessous de la droite d'équation y = 0.

On a donc pour f(x) < 0 : S = [-4 ;-3[

On regarde les abscisses des points de la courbe situés au dessus ou sur la droite d'équation y = 1.

On a donc pour f(x) ⩾ 1 : S = [2 ;3] ∪ {-2}.

Exercice 3 :

1. $f(x)=4(x-5)^2-9=4(x^2-10x+25)-9=4x^2-40x+100-9=4x^2-40x+91.$

$f(x)=(2x-13)(2x-7)=4x^2-26x-14x+91=4x^2-40x+91.$

2. La forme factorisée de $f(x)$ est la forme 2.

3. a) résolution de l'équation *f(x)*=0. On utilise la forme 2 .

$f(x) = 0$ équivaut à $(2x – 13)(2x – 7) = 0$ équivaut à $2x – 13 = 0$ ou $2x – 7 = 0$ équivaut à $x = 6{,}5$ ou $x = 3{,}5$, d'où S = {6,5; 3,5}.

b) calcul de $f(0)$. On utilise la forme 3 : $f(0)=0-0+91=91$

c) On résout l'équation $f(x)=-9$. On utilise la forme 1.

$4(x – 5)^2 – 9 = – 9$ équivaut à $4(x – 5)^2 = 0$ équivaut à $(x – 5)^2 = 0$ équivaut à $x – 5 = 0$ équivaut à $x = 5$ d'où S = {5}.

d) calcul de $f(\sqrt{2})$: On utilise la forme 3.

$f(\sqrt{2}) = 4(\sqrt{2})^2 – 40\sqrt{2} + 91 = 4\times2 – 40\sqrt{2} + 91 = 99 – 40\sqrt{2}$.

e) Résolution de l'équation $f(x)=91$. On utilise la forme 3.

$f(x) = 91$ équivaut à $4x^2 – 40x + 91 = 91$ équivaut à $4x^2 – 40x = 0$ équivaut à $4x(x – 10) = 0$ équivaut à $4x = 0$ ou $x – 10 = 0$ équivaut à $x = 0$ ou $x = 10$. D'où S={0 ;10}.

Exercice 4 :

1. Dans le triangle ABD rectangle en A on applique le théorème de Pythagore :

$BD^2 = BA^2 + AD^2 = 4^2 + 4^2 = 16 + 16 = 16x2$ donc $BD=4\sqrt{2}$ ou bien diagonale d'un carré de côté 4.

Dans le triangle ADE rectangle en A on applique le théorème de Pythagore :

$DE^2 = DA^2 + AE^2 = 4^2 + 8^2 = 16 + 64 = 80 = 16x5$ donc $DE=4\sqrt{5}$.

Dans le triangle ABE rectangle en A on applique le théorème de Pythagore :

$EB^2 = EA^2 + AB^2 = 8^2 + 4^2 = 80$ donc $EB=4\sqrt{5}$.

Le triangle BED ayant deux de ses côtés DE et EB de même longueur, on en déduit qu'il est isocèle en E.

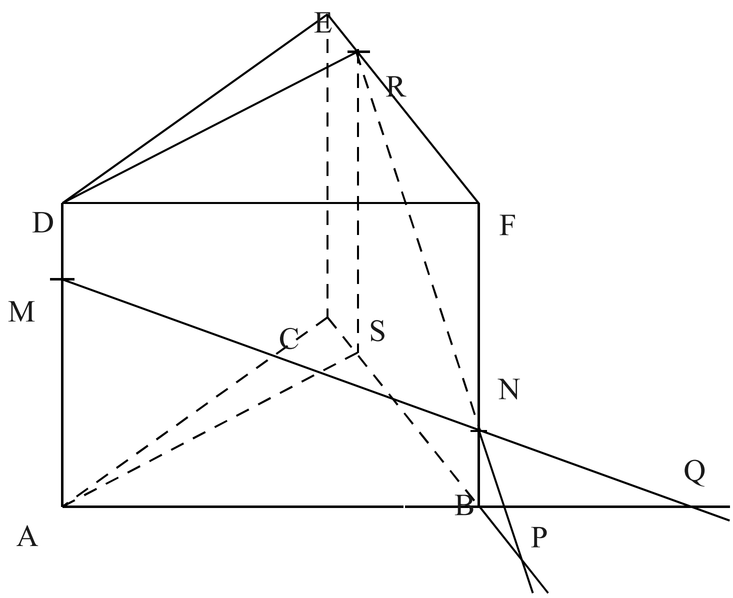
Dans le triangle isocèle BED, la droite (EI) joint le sommet E au milieu I du côté opposé [DB] (dans le carré ABCD, I est le point d'intersection donc le milieu des diagonales).
La droite (EI) est donc la médiane issue de E du triangle isocèle BED, c'est donc aussi la hauteur relative à (BD) donc les droites (EI) et (BD) sont perpendiculaires.
Le triangle EID étant rectangle en I, on peut appliquer le théorème de Pythagore
$ED^2 = EI^2 + ID^2$ soit $EI^2 = ED^2 - DI^2$. De plus, $DI = DB / 2 = 2\sqrt{2}$. On a donc
$EI^2=80 - (2\sqrt{2})^2 = 80 - 8 = 72 = 36\times2$, donc $EI=6\sqrt{2}$.
Le volume de la pyramide EABCD : on prend pour base le carré ABCD qui a pour aire $4^2 = 16$. La hauteur est alors EA qui mesure 8 donc le volume de la pyramide est $\frac{1}{3}\times16\times8 = \frac{128}{3}$. Attention (EI) n'est pas la hauteur car (EI) n'est pas perpendiculaire à la base ABCD.

Exercice 5 :

a) Les droites (AB) et (DG) ne sont pas coplanaires.
b) Les droites (AG) et (HB) sont sécantes.
c) Les droites (FH) et (DB) sont strictement parallèles.
d) Les plans (ABE) et (BEF) sont confondus.
e) Les plans (ABH) et (EDC) sont sécants.
f) La droite (CF) et le plan (HDG) sont sécants (en C).

Exercice 6 :

1. Le point d'intersection Q de la droite (MN) et du plan (ABC) est le point d'intersection de la droite (MN) et de la droite (AB).
   Le point d'intersection P de la droite (RN) et du plan (ABC) est le point d'intersection de la droite (RN) et de la droite (BC).
2. P appartient à la droite (RN) donc P appartient au plan (MNR).
   P appartient au plan (ABC).
   On en déduit que P est un des points d'intersection des plans (ABC) et (MNR).
   De même Q appartient à la droite (MN) donc Q appartient au plan (MNR).
   Q appartient au plan (ABC).
   On en déduit que Q est un des points d'intersection des plans (ABC) et (MNR).
   Les plans (ABC) et (MNR) sont sécants suivant une droite : cette droite passe par les P et Q ; c'est donc la droite (PQ).



3. Les plans (DEF) et (ABC) sont parallèles donc le plan (DRA) qui coupe le plan (DEF) suivant la droite (DR) coupe le plan (ABC) suivant la droite (AS) et les droites d'intersection (DR) et (AS) sont parallèles.