Nom : **Prénom :** **Classe de seconde n°**

MATHEMATIQUES EPREUVE COMMUNE **Février 2010**

Durée de l'épreuve : 2 heures.
Le sujet est composé de 5 exercices indépendants (le sujet est à rendre avec la copie)
L'usage d'une calculatrice est autorisé.
La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

Exercice 1 : (9 points)

Un correcteur de la session 2000 du baccalauréat a corrigé 59 copies d'élèves de terminale : 40 copies venant d'un centre d'examen A et 19 copies venant d'un centre d'examen B.

Partie 1 : *On s'intéresse au centre A*

Centre A

Notes	2	3	4	5	7	9	10	11	12	13	14	15	16	19
Effectifs	2	1	1	3	1	6	2	4	5	2	7	1	4	1
Effectifs cumulés croissants														

1. Compléter la troisième ligne du tableau ci-dessus.
2. Déterminer l'étendue, le mode, la médiane *Me*, le premier quartile Q_1 et le troisième quartile Q_3 de la série de notes du centre A.
3. On note I l'écart interquartile.
Calculer le pourcentage des élèves ayant une note comprise dans l'intervalle $[Me - I ; Me + I]$.
4. Calculer la moyenne des notes du centre A.

Partie 2 : *On s'intéresse aux deux centres.*

Les paramètres statistiques concernant le centre B sont données ci-dessous :

Minimum = 1 ; 1er quartile : 6 ; Médiane = 8 ; 3ème quartile : 10 ; Maximum = 15

1. En comparant les paramètres statistiques des centres A et B, peut-on dire dans quel centre l'examen a été le mieux réussi ? La réponse sera argumentée.
2. La moyenne des candidats du centre B était de 7,95.
a. Peut-on calculer la moyenne des 59 copies ? Si oui, calculer cette moyenne.
b. Peut-on déterminer la médiane des 59 copies ? Si oui, déterminer cette médiane.

Exercice 2 : (8 points)

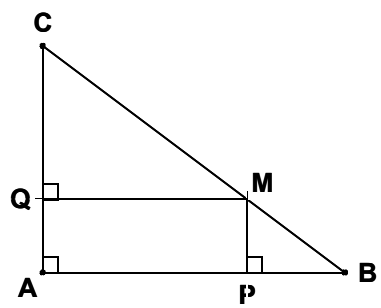
On considère les fonctions affines f et g définies sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = 2x - 5$ et $g(x) = -0{,}5x + 4$.
1. Représenter graphiquement les deux fonctions dans le repère orthonormé d'unité 1cm de l'annexe 1.
2. Donner leur sens de variation. Justifier la réponse.
3. Déterminer par le calcul les coordonnées du point d'intersection des deux droites.
4. Résoudre par le calcul l'inéquation : $f(x) \leq g(x)$.
5. **a)** Résoudre l'équation : $(2x - 5)(-0{,}5x + 4) = 0$.
b) Quel est le lien entre les solutions de cette équation et la représentation graphique faite au **1.** ?
6. Résoudre l'inéquation : $(2x - 5)(-0{,}5x + 4) \leq 0$.

Exercice 3 : (7,5 points)

1. Dans le repère orthonormé d'unité 1cm de l'**annexe 2**, placer les points A(−1 ; −2), B(2 ; −1) et C(−3 ; 4)..
2. Calculer les longueurs AB, AC et BC.
3. Montrer que le triangle ABC est rectangle.
4. Calculer les coordonnées du centre circonscrit au triangle ABC et son rayon.
5. Calculer les coordonnées du point D tel que ABDC soit un rectangle

Exercice 4 : (9,5 points)

ABC est un triangle rectangle en A tel que AB = 8 et AC = 6.
1. Déterminer, en justifiant, la longueur BC.



2. M est un point de l'hypoténuse [BC]. On note BM = x. Par M, on trace les perpendiculaires à (AB) et (AC) ; elles coupent [AB] et [AC] respectivement en P et Q. On se propose d'étudier quelques propriétés du périmètre du quadrilatère APMQ.
- **a)** Expliquer pourquoi la variable x appartient à l'intervalle [0 ; 10]..
- **b)** Montrer que les droites (MP) et (AC) sont parallèles, ainsi que les droites (MQ) et (AB).
- **c)** Démontrer que : MP = 0,6x et MQ = 8 – 0,8x.
- **d)** Exprimer alors, en fonction de x, le périmètre $p(x)$ du quadrilatère APMQ.

3. Dans un repère orthonormé d'unité 1cm, tracer la courbe représentative de la fonction $p : x \blacksquare p(x)$ sur l'intervalle [0 ; 10].

4. Trouver les positions du point M telles que $p(x)$ soit supérieur ou égal à 13,5. *On traitera cette question algébriquement et graphiquement*.

5. Comparer $p(x)$ au demi-périmètre du triangle ABC.

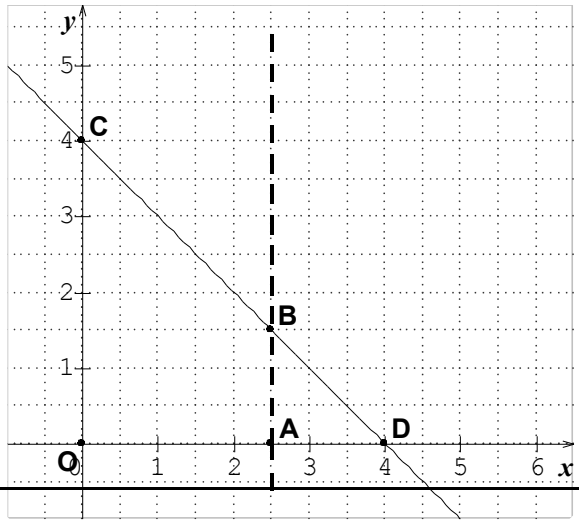
Exercice 5 :

Partie A : (6 points)

Rappel : Aire d'un trapèze = $h \times \dfrac{B+b}{2}$.

Soit les points C(0 ; 4) et D(4 ; 0).

Pour chaque réel x de [0 ; 4], on désigne par A le point de l'axe (Ox) d'abscisse x et par $a(x)$ l'aire du trapèze OABC intérieur au triangle rectangle isocèle OCD de la figure.



1. **a)** Déterminer la fonction affine f dont la droite (CD) est la représentation graphique.
(On remarquera que $f(0) = 4$ et que $f(4) = 0$)
- **b)** En déduire la longueur AB en fonction de x pour tout réel x de [0 ; 4].

2. **a)** Déterminer graphiquement $a(0)$, $a(4)$ et $a(3)$.
- **b)** Montrer que l'aire du trapèze OABC est : $a(x) = -x^2 + 4x$.
- **c)** Vérifier que : $a(x) = -(x-4)^2 + 8$ [forme canonique de $a(x)$].

Partie B : (bonus)

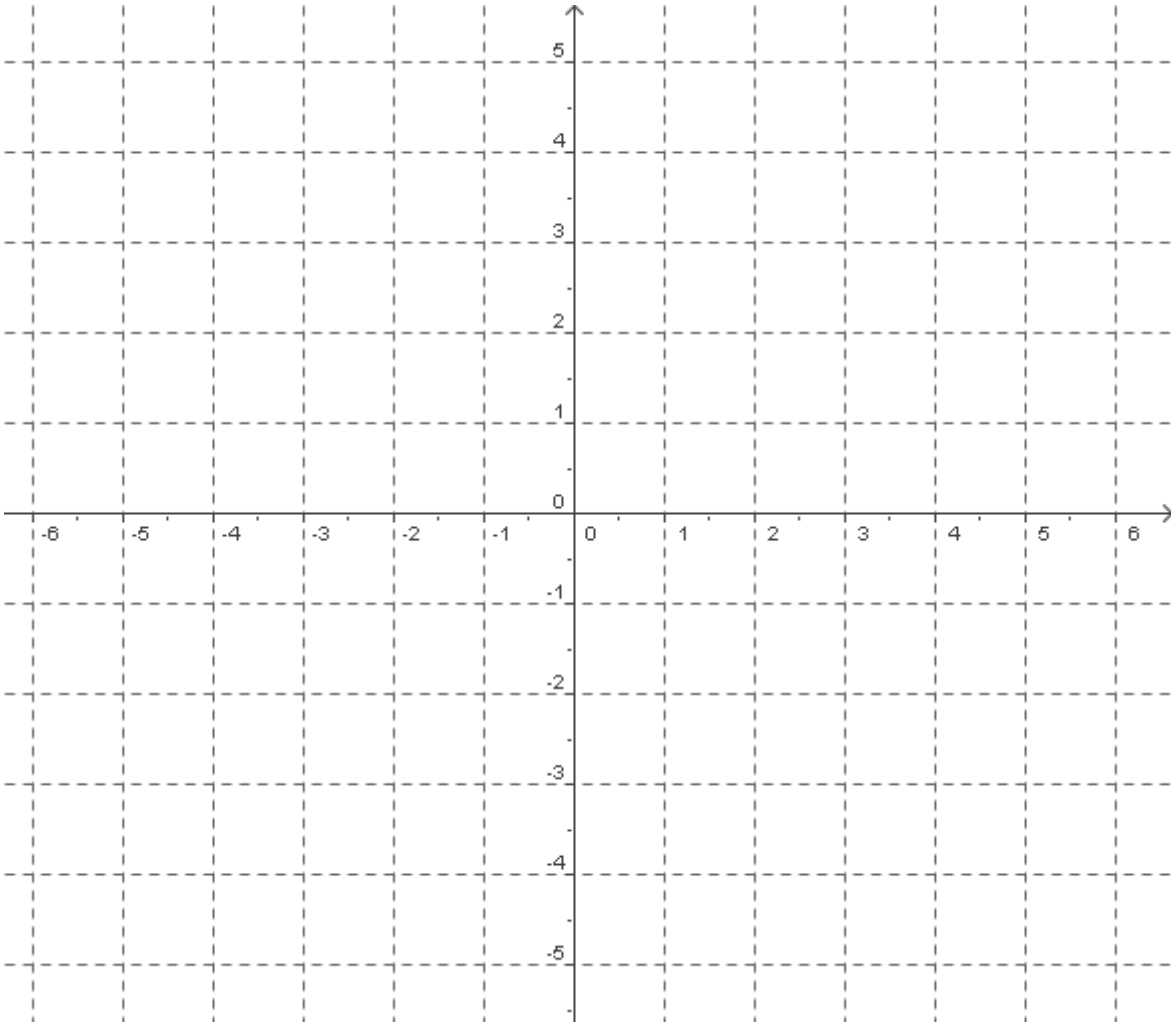
1. On considère maintenant la fonction du second degré g définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = -x^2 + 4x$.
- **a)** Quelle est la nature de la courbe $\mathcal{P}$ représentative de g ? Admet-elle un centre de symétrie ? Un axe de symétrie ? Si oui, préciser le (ses coordonnées ou son équation).
- **b)** A l'aide de l'expression de la question **Partie A : 2. c)**, montrer que la fonction g admet un maximum. Préciser sa valeur et pour quel réel il est atteint. Déterminer les coordonnées du sommet S de $\mathcal{P}$.
- **c)** Étudier le sens de variation de la fonction g sur les intervalles $]-\infty ; 4]$ et $[4 ; +\infty[$ et en déduire le tableau de variation de la fonction g sur $\blacksquare$.

2. **a)** Remplir le tableau de valeurs suivant :

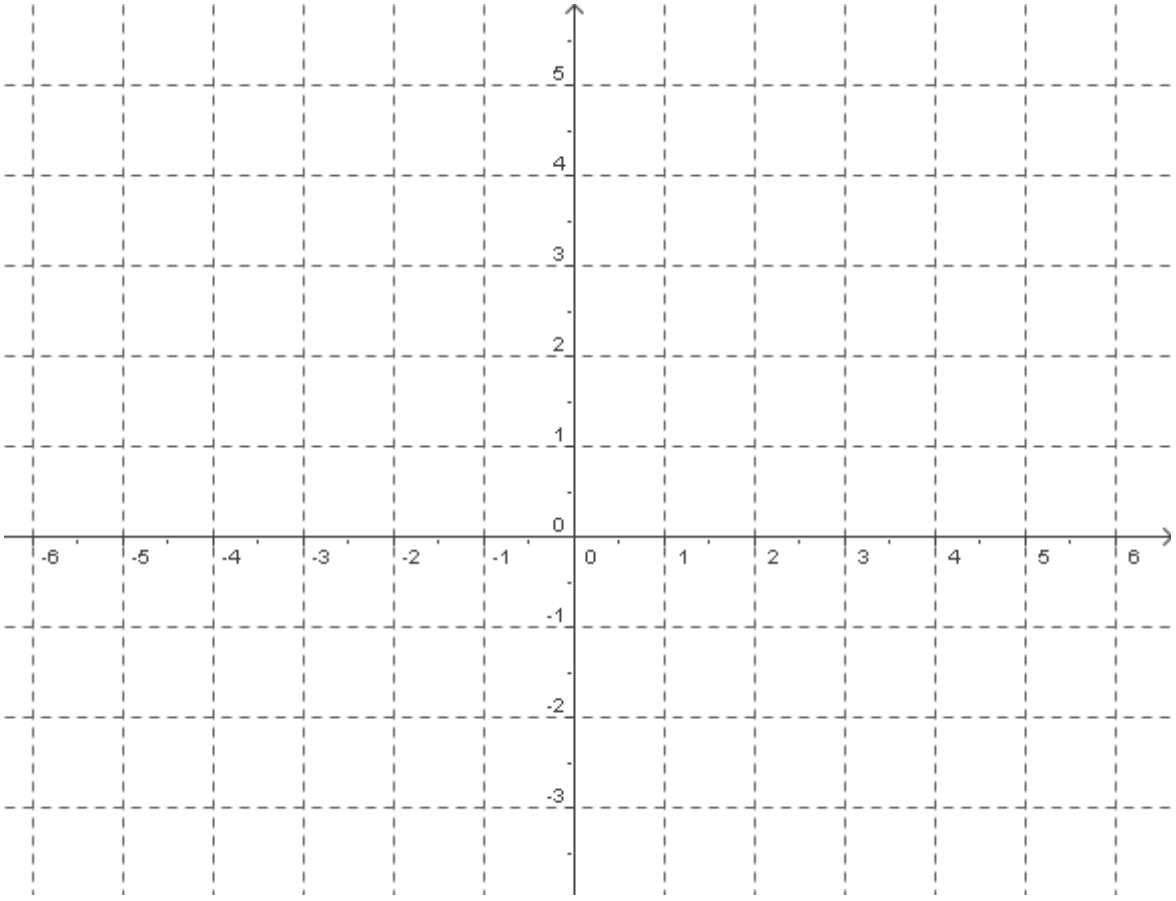
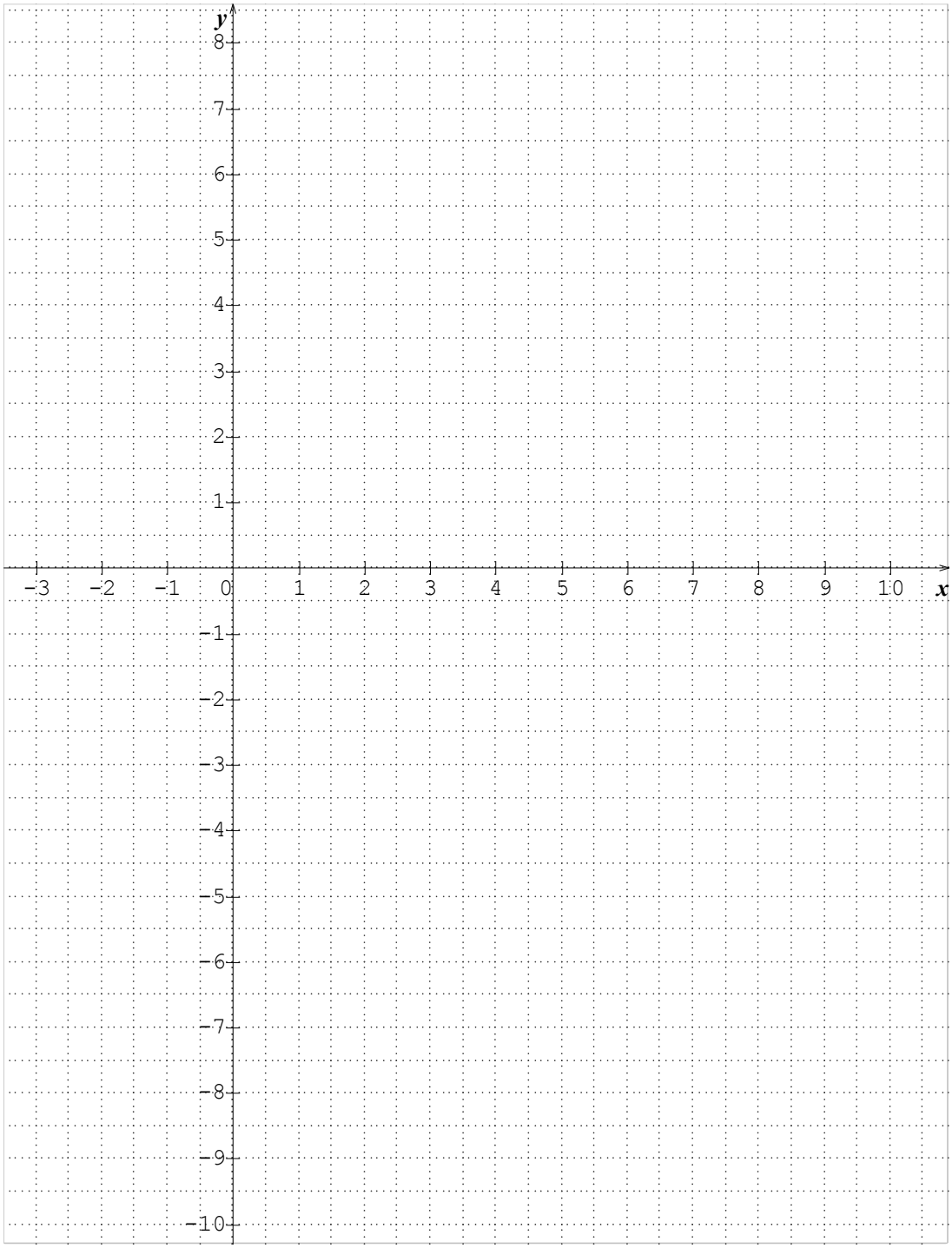
x	–2	–1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$g(x)$													

- **b)** Tracer la courbe représentative de la fonction g dans un repère orthonormé d'unité 1 cm.

Annexe 1 (pour l'exercice 2)



Annexe 2 (pour l'exercice 3)



Annexe 3
(pour la partie B de l'exercice 4)