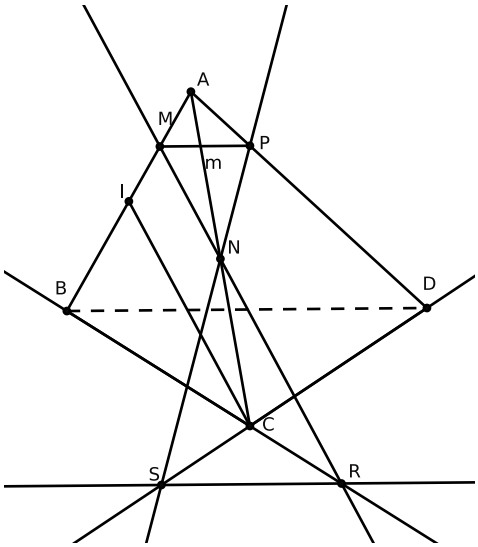
CORRIGÉ DEVOIR MAISON N° 4 SECONDE

EXERCICE 1 : On dispose de trois récipients :
le récipient A est un cylindre de révolution de hauteur h et de diamètre de base h ;
son volume est aire(base)×hauteur = $\pi \left(\frac{h}{2}\right)^2 \times h = \frac{\pi h^3}{4}$.
le récipient B est un cône de révolution de hauteur h et de diamètre de base h ;
son volume est $\frac{1}{3}$ aire(base)×hauteur = $\frac{1}{3} \pi \left(\frac{h}{2}\right)^2 \times h = \frac{\pi h^3}{12}$.
le récipient C est une sphère de diamètre h ;
son volume est $\frac{4}{3} \pi \times \text{rayon}^3 = \frac{4}{3} \pi \left(\frac{h}{2}\right)^3 = \frac{\pi h^3}{6}$.
1. Le récipient C est plein, on transvase son contenu dans le récipient A. Soit k la hauteur atteinte par le liquide dans le récipient A. Alors $\frac{\pi h^2 \times k}{4} = \frac{\pi h^3}{6}$, soit $k = \frac{4h}{6}$, soit $k = \frac{2h}{3}$.
2. Le récipient B est plein, on transvase son contenu dans le récipient A. Soit k la hauteur atteinte par le liquide dans le récipient A. Alors $\frac{\pi h^2 \times k}{4} = \frac{\pi h^3}{12}$, soit $k = \frac{4h}{12}$, soit $k = \frac{h}{3}$.
3. Le récipient B est plein, on transvase son contenu dans le récipient C. On peut renouveler une fois l'opération, car le volume de C est le double du volume de B, puisque $\frac{\pi h^3}{6} = 2 \frac{\pi h^3}{12}$.

EXERCICE 2 : On considère le tétraèdre régulier ABCD d'arête 4 cm, et les points M, N et P définis par :
M est sur [AB] tel que AM = $\frac{1}{4}$ AB ; N est sur [AC] tel que AN = $\frac{1}{2}$ AC ; P est sur [AD] tel que AP = $\frac{1}{4}$ AD .
1. Les points M, N et P sur la figure :



2. La droite (MN) est dans le plan (ABC) ; de plus, $\frac{AM}{AB} = \frac{1}{4}$ et $\frac{AN}{AC} = \frac{1}{2}$; donc $\frac{AM}{AB} \neq \frac{AN}{AC}$; par la contraposée de Thalès (MN) n'est pas parallèle à (BC), donc ces deux droites sont sécantes. Ainsi la droite (MN) et le plan (BCD) sont sécants. Le point R intersection de (MN) et (BCD) est le point d'intersection de (MN) et (BC).
3. La droite (NP) est dans le plan (ACD) ; de plus, $\frac{AP}{AD} = \frac{1}{4}$ et $\frac{AN}{AC} = \frac{1}{2}$; donc $\frac{AP}{AD} \neq \frac{AN}{AC}$; par la contraposée de Thalès (NP) n'est pas parallèle à (BD), donc ces deux droites sont sécantes. Ainsi la droite (NP) et le plan (BCD) sont sécants. Le point S intersection de (NP) et (BCD) est le point d'intersection de (NP) et (CD).
4. Ainsi les plans (BCD) et (MNP) sont sécants et la droite d'intersection est (RS).

5. Le triangle ABC est équilatéral de côté 4, donc la médiane [CI] qui est aussi hauteur mesure CI = $4 \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$.
Dans le triangle ACI, les points M et N sont les milieux de deux côtés, donc MN = $\frac{1}{2}$ CI = $\sqrt{3}$.
Dans le triangle BMR, les points B, I, M d'une part et les points B, C, R d'autre part sont alignés dans le même ordre et (CI) est parallèle à (MR) = (MN) ; donc par le théorème de Thalès, $\frac{BI}{BM} = \frac{BC}{BR} = \frac{CI}{MR}$;
de plus, BI = $\frac{1}{2}$ AB = 2, BM = $\frac{3}{4}$ AB = 3 et BC = 4. Ainsi, de $\frac{BI}{BM} = \frac{BC}{BR}$, on tire 2BR = 4×3 = 12,
soit BR = 6 ; CR = BR – BC = 6 – 4 = 2.
De , $\frac{BI}{BM} = \frac{CI}{MR}$, on tire 2MR = 3×2$\sqrt{3}$ = 6$\sqrt{3}$, donc MR = 3$\sqrt{3}$; NR = MR – MN = 3$\sqrt{3}$ – $\sqrt{3}$ = 2$\sqrt{3}$.

6. Dans le triangle ABD, on a $\frac{AM}{AB} = \frac{AP}{AD} = \frac{1}{4}$, donc d'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (BD) et (MP) sont parallèles. Le plan (MNP) coupe les plans (ABD) et BCD) suivant respectivement les droites (MP) et (RS) ; les deux plans (ABD) et (BCD) se coupent suivant la droite (BD). Ainsi les droites d'intersection (MP) et (RS) sont parallèles. On applique le théorème de Thalès dans les triangles MNP et NRS :

$\frac{NR}{NM} = \frac{RS}{MP} = \frac{NS}{NP}$; d'où $RS = \frac{NR \times MP}{NM} = \frac{2\sqrt{3} \times 1}{\sqrt{3}} = 2$.