CORRIGÉ DEVOIR MAISON N° 7 SECONDE

EXERCICE 1 : Le but de l'exercice est de démontrer que les droites (CD), (AB) et (IE) sont concourantes.
Coordonnées des points de la figure : A(4 ; 0), B(0 ; 3), C(1 ; 3), D(4 ; 2), E(0 ; 2).

1. L'équation de la droite (EI) :
comme les abscisses de E et I sont différentes, l'équation est de la forme $y = mx + p$ avec
$m = \dfrac{y_I - y_E}{x_I - x_E} = \dfrac{0-2}{1-0} = -2$ et $p = y_E - mx_E = 2 - (-2)\times 0 = 2$; donc l'équation de la droite (EI) est $y = -2x + 2$.

L'équation de la droite (AB) :
comme les abscisses de A et B sont différentes, l'équation est de la forme $y = mx + p$ avec $m = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \dfrac{3-0}{0-4} = \dfrac{-3}{4}$ et $p = y_B - mx_B = 3 - \dfrac{-3}{4}\times 0 = 3$; donc l'équation de la droite (AB) est $y = \dfrac{-3}{4}x + 3$.

2. Les coordonnées du point F, intersection de ces deux droites vérifient le système d'équations
$\begin{cases} y=-2x+2 \\ y=\dfrac{-3}{4}x+3 \end{cases}$. On a alors $-2x + 2 = \dfrac{-3}{4}x + 3$ équivaut à $-2x + \dfrac{3}{4}x = 3 - 2$ équivaut à $\dfrac{-5}{4}x = 1$ équivaut à
$x = \dfrac{-4}{5} = -0,8$; et $y = -2\times\dfrac{-4}{5} + 2 = \dfrac{8}{5} + 2 = \dfrac{18}{5} = 3,6$. Donc F(– 0,8 ; 3,6).

3. Pour démontrer que les points C, D et F sont alignés, on détermine le coefficient directeur des droites (CD) et (CF) : coefficient directeur de (CD) : $m = \dfrac{y_C - y_D}{x_C - x_D} = \dfrac{3-2}{1-4} = \dfrac{-1}{3}$.
coefficient directeur de (CF) : $m = \dfrac{y_C - y_F}{x_C - x_F} = \dfrac{3-3,6}{1-(-0,8)} = \dfrac{-0,6}{1,8} = \dfrac{-6}{18} = \dfrac{-1}{3}$.
Les deux coefficients directeurs sont égaux, donc les droites (CD) et (CF) sont parallèles, et les points C, D et F sont alignés.

4. Ainsi, les trois droites (EI), (AB) et (CD) sont concourantes en F.

EXERCICE 2 : On considère le repère orthonormé (O ; I, J) et les points A(6 ; 0) et M(2 ; 0).
OABC est un carré ; OM = CN et OMDN est un rectangle. Les droites (BD) et (MN) se coupent en H.

1. Les coordonnées des points B(6 ; 6), N(0 ; 4) et D(2 ; 4).

2. a) L'équation de la droite (MN) :
comme les abscisses de M et N sont différentes, l'équation est de la forme $y = mx + p$ avec
$m = \dfrac{y_M - y_N}{x_M - x_N} = \dfrac{0-4}{2-0} = -2$ et $p = y_N - mx_N = 4 - (-2)\times 0 = 4$; donc l'équation de la droite (MN) est $y = -2x + 4$.

L'équation de la droite (BD) :
comme les abscisses de B et D sont différentes, l'équation est de la forme $y = mx + p$ avec
$m = \dfrac{y_B - y_D}{x_B - x_D} = \dfrac{6-4}{6-2} = \dfrac{1}{2}$ et $p = y_B - mx_B = 6 - \dfrac{1}{2}\times 6 = 3$; donc l'équation de la droite (BD) est $y = \dfrac{1}{2}x + 3$.

b) Les coordonnées du point H, intersection de ces deux droites vérifient le système d'équations
$\begin{cases} y=-2x+4 \\ y=\dfrac{1}{2}x+3 \end{cases}$. On a alors $-2x + 4 = \dfrac{1}{2}x + 3$ équivaut à $-2x - \dfrac{1}{2}x = 3 - 4$ équivaut à $\dfrac{-5}{2}x = -1$ équivaut à
$x = \dfrac{2}{5} = 0,4$; et $y = -2\times\dfrac{2}{5} + 4 = \dfrac{-4}{5} + 4 = \dfrac{16}{5} = 3,2$. Donc H(0,4 ; 3,2).

3. Pour démontrer alors que le triangle MHB est rectangle en H, on calcule les longueurs des côtés du triangle :
MH = $\sqrt{(x_H - x_M)^2 + (y_H - y_M)^2} = \sqrt{(0,4-2)^2 + (3,2-0)^2} = \sqrt{2,56+10,24} = \sqrt{12,8}$;
MB = $\sqrt{(x_B - x_M)^2 + (y_B - y_M)^2} = \sqrt{(6-2)^2 + (6-0)^2} = \sqrt{16+36} = \sqrt{52} = 2\sqrt{13}$;
HB = $\sqrt{(x_B - x_H)^2 + (y_B - y_H)^2} = \sqrt{(6-0,4)^2 + (6-3,2)^2} = \sqrt{5,6^2 + 2,8^2} = \sqrt{39,2}$;
On a HB² + MH² = 39,2 + 12, 8 = 52 = MB² ; donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle MBH est rectangle en H.