CORRIGÉ DEVOIR SURVEILLÉ N° 4 SECONDE

EXERCICE 1 : Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $\frac{(2x-3)(-4x+7)}{x+2} \geqslant 0$. On réalise un tableau de signes :

$2x - 3 = 0$ pour $x = \frac{3}{2}$;

$-4x + 7 = 0$ pour $x = \frac{7}{4}$;

$x + 2 = 0$ pour $x = -2$.

Dons la solution est S = $]-\infty\,;-2[\cup [\frac{3}{2}\,;\frac{7}{4}]$

x	$-\infty$		-2		$\frac{3}{2}$		$\frac{7}{4}$		$+\infty$
$2x-3$		$-$		$-$	0	$+$		$+$	
$-4x+7$		$+$		$+$		$+$	0	$-$	
$x+2$		$-$	0	$+$		$+$		$+$	
Quotient		$+$	$\Vert$	$-$	0	$+$	0	$+$	

EXERCICE 2 : Dans le repère orthonormé (O; I, J), on considère les points A(2; – 1), B(– 3; 2), C(0; 7) et D(6; 0).

1. Les points A, B, C, D et les autres points dans le repère ci-dessous.

2. On calcule les distances :

AB = $\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2} = \sqrt{(-3-2)^2+(2-(-1))^2} = \sqrt{(-5)^2+3^2} = \sqrt{25+9} = \sqrt{34}$;

AC = $\sqrt{(x_C-x_A)^2+(y_C-y_A)^2} = \sqrt{(0-2)^2+(7-(-1))^2} = \sqrt{(-2)^2+8^2} = \sqrt{4+64} = \sqrt{68} = 2\sqrt{17}$;

BC = $\sqrt{(x_C-x_B)^2+(y_C-y_B)^2} = \sqrt{(0-(-3))^2+(7-2)^2} = \sqrt{3^2+5^2} = \sqrt{9+25} = \sqrt{34}$.

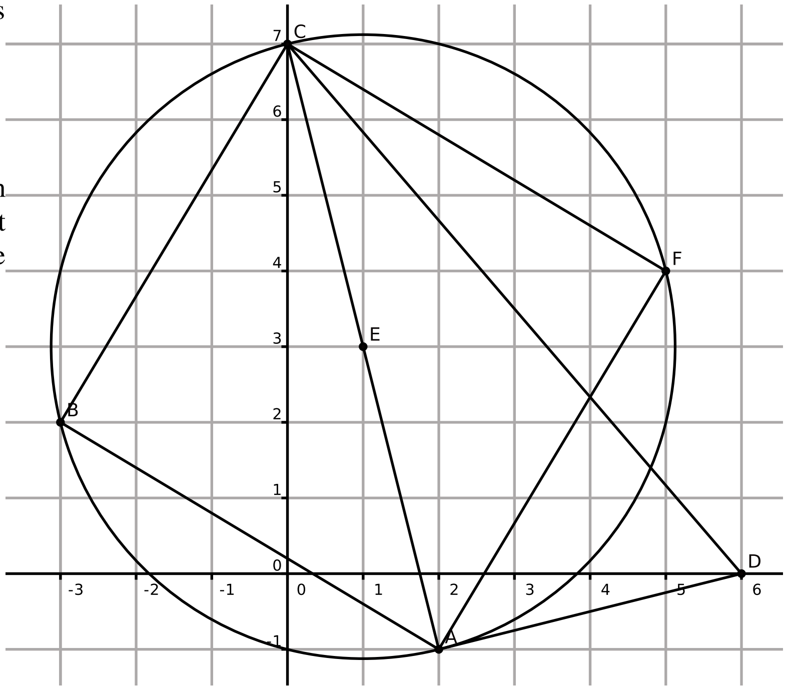
On a AB² + BC² = AC², et AB = BC, donc le triangle ABC est rectangle isocèle en B.

3. AD = $\sqrt{(x_D-x_A)^2+(y_D-y_A)^2} = \sqrt{(6-2)^2+(0-(-1))^2} = \sqrt{4^2+1^2} = \sqrt{17}$;

DC = $\sqrt{(x_C-x_D)^2+(y_C-y_D)^2} = \sqrt{(0-6)^2+(7-0)^2} = \sqrt{(-6)^2+7^2} = \sqrt{36+49} = \sqrt{85}$.

On a AD² + AC² = DC², donc le triangle ACD est rectangle en D.

4. E est le milieu de [AC]. Les coordonnées de E sont $x_E = \frac{x_A+x_C}{2} = \frac{2+0}{2} = 1$ et $y_E = \frac{y_A+y_C}{2} = \frac{-1+7}{2} = 3$. E(1 ; 3).



5. Le quadrilatère ABCF est un parallélogramme si ses diagonales [AC] et [BF] se coupent en leur milieu ; donc E est le milieu de [BF] ; donc $x_E = \frac{x_B+x_F}{2}$,

soit $x_F = 2x_E - x_B = 2\times1 - (-3) = 5$,

et $y_E = \frac{y_B+y_F}{2}$,

soit $y_F = 2y_E - y_B = 2\times3 - 2 = 4$.

Donc F(5 ; 4).

6. Le cercle de centre E et de rayon EB passe par A si EA = EB et passe par D si ED = EB.

On a EB = $\sqrt{(x_B-x_E)^2+(y_B-y_E)^2} = \sqrt{(-3-1)^2+(2-3)^2} = \sqrt{(-4)^2+(-1)^2} = \sqrt{17}$;

de plus EA = $\sqrt{(x_A-x_E)^2+(y_A-y_E)^2} = \sqrt{(2-1)^2+(-1-3)^2} = \sqrt{1^2+(-4)^2} = \sqrt{17}$; donc le point A est sur le cercle de centre E et de rayon EB.

ED = $\sqrt{(x_D-x_E)^2+(y_D-y_E)^2} = \sqrt{(6-1)^2+(0-3)^2} = \sqrt{5^2+(-3)^2} = \sqrt{34}$; donc le point D n'est pas sur le cercle de centre E et de rayon EB.

7. Le point B est sur la médiatrice du segment [AC] si BA = BC. Or, on a vu que BA = $\sqrt{34}$ = BC ; donc le point B est sur la médiatrice du segment [AC].

8. L'équation de la droite (AB) est de la forme $y = mx + p$ puisque $x_A = 2 \neq -3 = x_B$.

Le coefficient directeur $m = \frac{y_B-y_A}{x_B-x_A} = \frac{2-(-1)}{-3-2} = \frac{3}{-5} = \frac{-3}{5} = -0,6$; et l'ordonnée à l'origine p vérifie :

$\frac{-3}{5}\times 2 + p = -1$, soit $p = -1 + \frac{6}{5} = \frac{1}{5}$. L'équation de la droite (AB) est $y = \frac{-3}{5}x + \frac{1}{5} = \frac{-3x+1}{5}$.

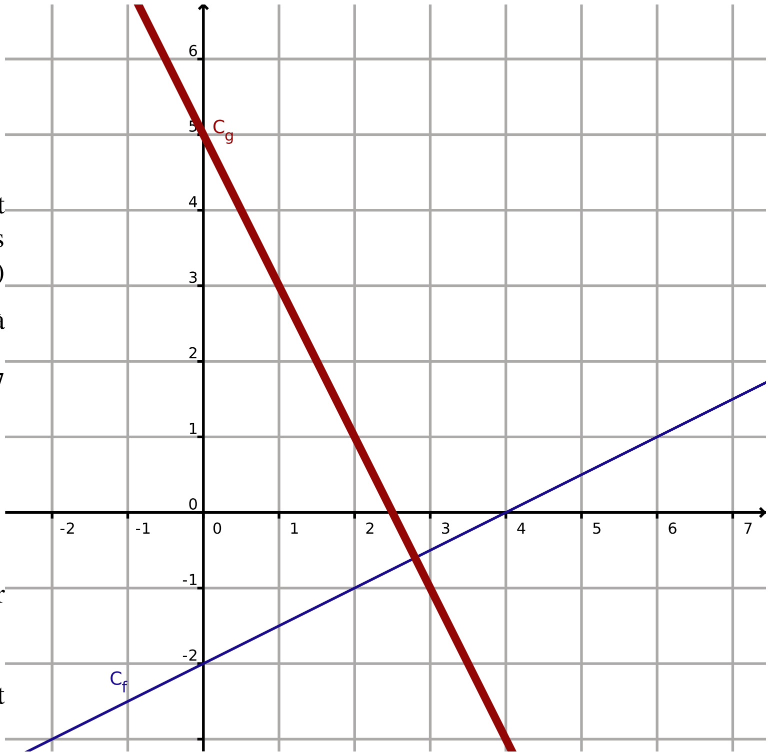
L'équation de la droite (CD) est de la forme $y = mx + p$ puisque $x_C = 0 \neq 6 = x_D$.

Le coefficient directeur $m = \frac{y_D - y_C}{x_D - x_C} = \frac{0-7}{6-0} = \frac{-7}{6}$; et l'ordonnée à l'origine p vérifie :

$\frac{-7}{6}\times 0 + p = 7$, soit $p = 7$. L'équation de la droite (CD) est $y = \frac{-7}{6}x + 7$.

BONUS : G est le point d'intersection des droites (AB) et (CD). Pour déterminer les coordonnées de G, on résout le système d'équations $y = \frac{-3}{5}x + \frac{1}{5}$ et $y = \frac{-7}{6}x + 7$; on obtient $\frac{-3}{5}x + \frac{1}{5} = \frac{-7}{6}x + 7$ équivaut à $\frac{-3}{5}x + \frac{7}{6}x = 7 - \frac{1}{5}$ équivaut à $\frac{-18x+35x}{30} = \frac{35-1}{5}$ équivaut à $\frac{17x}{30} = \frac{34}{5}$ équivaut à $x = \frac{34}{5}\times\frac{30}{17} = 12$;

et $y = \frac{-7}{6}\times 12 + 7 = -14 + 7 = -7$; donc G(12 ; 7).



EXERCICE 3 : 1. Représentation graphique des fonctions affines f et g définies sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \frac{1}{2}x - 2$ et $g(x) = -2x + 5$.

2. Pour déterminer les coordonnées du point d'intersection des deux droites représentatives des fonctions f et g, on résout l'équation $f(x) = g(x)$, soit $\frac{1}{2}x - 2 = -2x + 5$ équivaut à $\frac{1}{2}x + 2x = 2 + 5$ équivaut à $\frac{x+4x}{2} = 7$ équivaut à $\frac{5x}{2} = 7$ équivaut à

$x = \frac{7\times 2}{5} = \frac{14}{5} = 2{,}8$;

et $y = -2\times 2{,}8 + 5 = -0{,}6$.

Le point d'intersection des deux droites a pour coordonnées (2,8 ; – 0,6).

3. Les variations d'une fonction affine sont données par son coefficient directeur :

Pour la fonction f, $a = \frac{1}{2} > 0$, donc la fonction f est croissante. Pour la fonction g, $a = -2 < 0$, donc la fonction g est décroissante.

4. En utilisant le graphique, on détermine le signe de $f(x)\times g(x)$:

Si $x \in]-\infty ; \frac{5}{2}]$, alors $f(x)$ est négative et $g(x)$ est positive, donc $f(x)\times g(x)$ est négatif ;

Si $x \in [\frac{5}{2} ; 4]$, alors $f(x)$ est négative et $g(x)$ est négative, donc $f(x)\times g(x)$ est positif;

Si $x \in [4 ; +\infty[$, alors $f(x)$ est positive et $g(x)$ est négative, donc $f(x)\times g(x)$ est négatif.