CORRIGÉ DEVOIR MAISON N° 5 SECONDE 9

EXERCICE 1

On considère le repère orthonormé (O ; I, J) et les points A(– 5 ; 11), B(– 4 ; 13) et C(– 3 ; 12).

1. Calcul Des longueurs AB = $\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2} = \sqrt{(-4-(-5))^2+(13-11)^2} = \sqrt{1^2+2^2} = \sqrt{5}$;
AC = $\sqrt{(x_C-x_A)^2+(y_C-y_A)^2} = \sqrt{(-3-(-5))^2+(12-11)^2} = \sqrt{2^2+1^2} = \sqrt{5}$;
et BC = $\sqrt{(x_C-x_B)^2+(y_C-y_B)^2} = \sqrt{(-3-(-4))^2+(12-13)^2} = \sqrt{1^2+(-1)^2} = \sqrt{2}$.
Le triangle ABC est isocèle en A.

2. Les coordonnées du point K, milieu du segment [BC] : $x_K = \dfrac{x_B+x_C}{2} = \dfrac{-4-3}{2} = \dfrac{-7}{2} = -3{,}5$
et $y_K = \dfrac{y_B+y_C}{2} = \dfrac{13+12}{2} = \dfrac{25}{2} = 12{,}5$. K(– 3,5 ; 12,5).

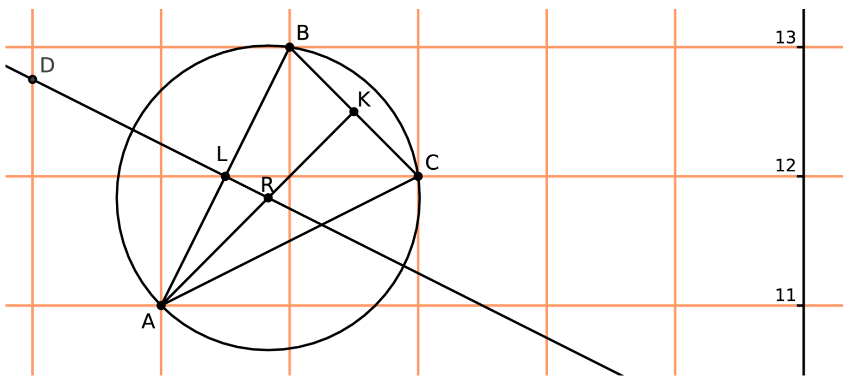
3. L'équation de la droite (AK) : les abscisses de A et K sont différentes, donc l'équation est de la forme $y = mx + p$; et $m = \dfrac{y_K-y_A}{x_K-x_A} = \dfrac{12{,}5-11}{-3{,}5-(-5)} = \dfrac{1{,}5}{1{,}5} = 1$; et l'ordonnée à l'origine p vérifie :
$1\times(-5) + p = 11$, soit $p = 11 + 5 = 16$. L'équation de la droite (AK) est $y = x + 16$.

4. Soit D(– 6 ; 12,75). D appartient à la médiatrice du segment [AB] si et seulement si DA = DB :
DA = $\sqrt{(x_A-x_D)^2+(y_A-y_D)^2} = \sqrt{(-5-(-6))^2+(11-12{,}75)^2} = \sqrt{1^2+(-1{,}75)^2} = \sqrt{4{,}0625}$;
et DB = $\sqrt{(x_B-x_D)^2+(y_B-y_D)^2} = \sqrt{(-4-(-6))^2+(13-12{,}75)^2} = \sqrt{2^2+0{,}25^2} = \sqrt{4{,}0625}$. Donc D est bien sur la médiatrice du segment [AB].

5. L'équation de cette médiatrice (d) : elle passe par D et par le milieu L du segment [AB] qui a pour coordonnées $x_L = \dfrac{x_A+x_B}{2} = \dfrac{-5-4}{2} = \dfrac{-9}{2} = -4{,}5$ et $y_L = \dfrac{y_A+y_B}{2} = \dfrac{11+13}{2} = \dfrac{24}{2} = 12$. L(– 4,5 ; 12). les abscisses de L et D sont différentes, donc l'équation est de la forme $y = mx + p$; $m = \dfrac{y_D-y_L}{x_D-x_L} = \dfrac{12{,}75-12}{-6-(-4{,}5)} = \dfrac{0{,}75}{-1{,}5} = -0{,}5$;
et l'ordonnée à l'origine p vérifie : $-0{,}5\times(-4{,}5) + p = 12$, soit $p = 12 - 2{,}25 = 9{,}75$.
L'équation de la droite (d) = (LD) est $y = -0{,}5x + 9{,}75$.

6. Les coordonnées du point R, intersection des droites (AK) et (d) vérifient le système :
$\begin{cases} y = x+16 \\ y = -0{,}5x+9{,}75 \end{cases}$. On résout l'équation $x + 16 = -0{,}5x + 9{,}75$, soit $x + 0{,}5x = 9{,}75 - 16$, soit $1{,}5x = -6{,}25$
soit $x = \dfrac{-6{,}25}{1{,}5} = \dfrac{-25}{6}$; l'ordonnée vérifie $y = \dfrac{-25}{6} + 16 = \dfrac{71}{6}$. Donc R($\dfrac{25}{6}$; $\dfrac{71}{6}$).

7. RA = $\sqrt{(x_A-x_R)^2+(y_A-y_R)^2} = \sqrt{\left(-5+\dfrac{25}{6}\right)^2+\left(11-\dfrac{71}{6}\right)^2} = \sqrt{\left(\dfrac{-5}{6}\right)^2+\left(\dfrac{-5}{6}\right)^2} = \dfrac{5}{6}\sqrt{2}$;
RB = $\sqrt{(x_B-x_R)^2+(y_B-y_R)^2} = \sqrt{\left(-4+\dfrac{25}{6}\right)^2+\left(13-\dfrac{71}{6}\right)^2} = \sqrt{\left(\dfrac{1}{6}\right)^2+\left(\dfrac{7}{6}\right)^2} = \sqrt{\left(\dfrac{50}{36}\right)} = \dfrac{5}{6}\sqrt{2}$;
et BC = $\sqrt{(x_C-x_R)^2+(y_C-y_R)^2} = \sqrt{\left(-3+\dfrac{25}{6}\right)^2+\left(12-\dfrac{71}{6}\right)^2} = \sqrt{\left(\dfrac{7}{6}\right)^2+\left(\dfrac{1}{6}\right)^2} = \sqrt{\left(\dfrac{50}{36}\right)} = \dfrac{5}{6}\sqrt{2}$. On constate que RA = RB = RC. Donc le point R est le centre du cercle circonscrit au triangle ABC. En effet, R est le point d'intersection de deux médiatrices du triangle.



EXERCICE 2

On considère le repère orthonormé (O ; I, J) et les points A(5 ; 8), B(13 ; 21), C(34 ; 55) et D(45 ; 73).

1. L'équation de la droite (AB) : les abscisses de A et B sont différentes, donc l'équation est de la forme $y = mx + p$; et $m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{21-8}{13-5} = \frac{13}{8}$; et l'ordonnée à l'origine p vérifie :

$\frac{13}{8} \times 5 + p = 8$, soit $p = 8 - \frac{65}{8} = \frac{64-65}{8} = \frac{-1}{8}$. L'équation de la droite (AB) est $y = \frac{13}{8}x + \frac{-1}{8} = \frac{13x-1}{8}$.

2. Les points A, B et C sont alignés si les coordonnées du point C vérifient l'équation de la droite (AB) :

$\frac{13x_C - 1}{8} = \frac{13 \times 34 - 1}{8} = \frac{441}{8} = 55{,}125 \neq 55$, donc le point C n'est pas sur la droite (AB).

3. Les points A, B et D sont alignés si les coordonnées du point D vérifient l'équation de la droite (AB) :

$\frac{13x_D - 1}{8} = \frac{13 \times 45 - 1}{8} = \frac{584}{8} = 73 = y_D$, donc le point D est sur la droite (AB).

4. Le point M est le point d'intersection de la droite (AB) avec l'axe des abscisses, donc l'ordonnée de M est $y_M = 0$ et l'abscisse de M vérifie $\frac{13x_M - 1}{8} = 0$, soit $13x_M - 1 = 0$, soit $x_M = \frac{1}{13}$. Donc M($\frac{1}{13}$; 0).

Le point N est le point d'intersection de la droite (AB) avec l'axe des ordonnées, donc l'abscisse de N est $x_N = 0$ et l'ordonnée de N vérifie $y_N = \frac{13 \times 0 - 1}{8} = \frac{-1}{8}$. Donc N(0 ; $\frac{-1}{8}$).