CORRIGÉ DEVOIR SURVEILLÉ N° 5 SECONDE 9

EXERCICE 1 : 1. Les coordonnées du milieu I d'un segment [AB] : $x_I = \frac{x_A + x_B}{2}$ et $y_I = \frac{y_A + y_B}{2}$.

2. La formule donnant la longueur d'un segment [AB] : AB = $\sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$.

3. Le coefficient directeur de la droite (AB) : Si $x_A = x_B$, il n'y a pas de coefficient directeur; si $x_A \neq x_B$, alors le coefficient directeur de la droite (AB) est égal à $m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$.

4. Deux droites d'équation $y = mx + p$ *et* $y = m'x + p'$ sont parallèles si et seulement si les coefficients directeurs des deux droites sont égaux, soit $m = m'$.

EXERCICE 2 : On considère le repère orthonormé (O, I, J) du plan et les points A(– 1 ; 3), B(3 ; 1) et C(2 ; 6).

1. L'équation de la droite (AC) : $m = \frac{y_C - y_A}{x_C - x_A} = \frac{6-3}{2-(-1)} = 1$; p vérifie l'équation $mx_A + p = y_A$,
soit $1\times(-1) + p = 3$, soit $p = 4$. L'équation de la droite (AC) est $y = x + 4$.

2. Les coordonnées du point C' milieu du segment [AB] : $x_{C'} = \frac{x_A + x_B}{2} = 1$ et $y_I = \frac{y_A + y_B}{2} = 2$. C'(1 ; 2).

3. L'équation de la droite (CC') : $m = \frac{y_{C'} - y_C}{x_{C'} - x_C} = \frac{2-6}{1-2} = \frac{-4}{-1} = 4$; p vérifie l'équation $mx_C + p = y_C$,
soit $4\times2 + p = 6$, soit $p = -2$. L'équation de la droite (CC') est $y = 4x - 2$.

4. L'équation de la droite (d) parallèle à (AC) passant par B : son coefficient directeur est celui de la droite (AC) qui est égal à 1; p vérifie l'équation $mx_B + p = y_B$, soit $1\times3 + p = 1$, soit $p = -2$.
L'équation de la droite (d) est $y = x - 2$.

5. Les coordonnées du point E intersection des droites (d) et CC') vérifient le système
$\begin{cases} y = x - 2 \\ y = 4x - 2 \end{cases}$. On résout l'équation $x - 2 = 4x - 2$, soit $-3x = 0$, soit $x = 0$; l'ordonnée vérifie $y = 0 - 2 = -2$.
Donc E(0 ; – 2).

6. Le quadrilatère ACBE est un parallélogramme car ses diagonales se coupent en leur milieu : C' est le milieu de [AB] ; il reste à vérifier que C' est aussi le milieu de [CE] : $\frac{x_C + x_E}{2} = \frac{2+0}{2} = 1$ et $\frac{y_C + y_E}{2} = \frac{6-2}{2} = 2$; donc C' est bien le milieu de [CE] et ACBE est un parallélogramme.

EXERCICE 3 : Les droites (BD), (AF) et (CE) sont concourantes ; en effet :

L'équation de la droite (BD) : $m = \frac{y_D - y_B}{x_D - x_B} = \frac{2-0}{0-(-3)} = \frac{2}{3}$; p vérifie l'équation $mx_B + p = y_B$,
soit $\frac{2}{3}\times(-3) + p = 0$, soit $p = 2$. L'équation de la droite (BD) est $y = \frac{2}{3}x + 2$.

L'équation de la droite (AF) : $m = \frac{y_F - y_A}{x_F - x_A} = \frac{3-0}{0-(-5)} = \frac{3}{5}$; p vérifie l'équation $mx_A + p = y_A$,
soit $\frac{3}{5}\times(-5) + p = 0$, soit $p = 3$. L'équation de la droite (AF) est $y = \frac{3}{5}x + 3$.

L'équation de la droite (CE) : $m = \frac{y_E - y_C}{x_E - x_C} = \frac{3-2}{-3-(-5)} = \frac{1}{2}$; p vérifie l'équation $mx_C + p = y_C$,
soit $\frac{1}{2}\times(-5) + p = 2$, soit $p = 2 + \frac{5}{2} = \frac{9}{2}$. L'équation de la droite (AF) est $y = \frac{1}{2}x + \frac{9}{2}$.

Les coordonnées du point R intersection des droites (BD) et AF) vérifient le système

$\begin{cases} y=\frac{2}{3}x+2 \\ y=\frac{3}{5}x+3 \end{cases}$. On résout l'équation $\frac{2}{3}x + 2 = \frac{3}{5}x + 3$, soit $\frac{2}{3}x - \frac{3}{5}x = 3 - 2$, soit $\frac{10-9}{15}x = 1$, soit $\frac{1}{15}x = 1$,

soit $x = 15$; l'ordonnée vérifie $y = \frac{2}{3} \times 15 + 2 = 2 \times 5 + 2 = 12$. Donc R(15 ; 12).

Ce point R est aussi sur la droite (CE) car ses coordonnées vérifient l'équation de (CE) :

$\frac{1}{2} \times 15 + \frac{9}{2} = \frac{15+9}{2} = \frac{24}{2} = 12$. Donc les droites (BD), (AF) et (CE) sont bien concourantes.

Le point K(– 21 ; – 9) appartient à la droite (AF) si ses coordonnées vérifient l'équation de la droite (AF) :

$\frac{3}{5} \times (-21) + 3 = \frac{-63}{5} + 3 = \frac{-63+15}{5} = \frac{-48}{5} = -9{,}6 \neq -9$. Donc K n'est pas sur la droite (AF).