CORRIGÉ DEVOIR SURVEILLÉ N° 6 SECONDE 9

EXERCICE 1 : Questions de cours : Soit $f$ la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = ax^2 + bx + c$ avec $a \neq 0$.

1. La courbe représentative de la fonction $f$ est une parabole.
2. Si $a > 0$, alors cette courbe est tournée vers le haut.
3. L'abscisse du sommet de cette courbe est le nombre $\frac{-b}{2a}$.
4. Si $x > \sqrt{2}$, alors $x^2 > 2$; Si $x \leqslant -10$, alors $x^2 \geqslant 100$.

EXERCICE 2 : 1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations :

a) $x^2 > 9$ ; S = $]-\infty ; -3[ \cup ]3 ; +\infty[$

b) $2x^2 - 1 \leqslant 7$ équivaut à $2x^2 \leqslant 8$ équivaut à $x^2 \leqslant 4$; S = $[-2 ; 2]$.

2. Si $2 < x < 3$, on élève au carré des nombres positifs : $4 < x^2 < 9$, puis on multiplie par $-2$ : $-8 > 2x^2 > -18$, puis on ajoute 7 : $-1 > -2x^2 + 7 > -11$ ou $-11 < -2x^2 + 7 < -1$.

EXERCICE 3 : On considère la fonction $f$ définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 - 4x + 1$.

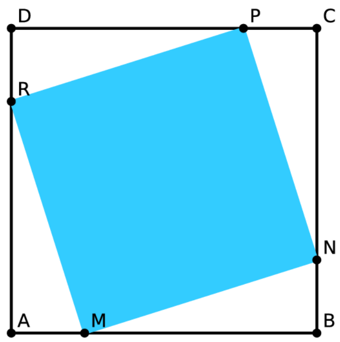
1. On a $(x-2)^2 - 3 = (x^2 - 4x + 4) - 3 = x^2 - 4x + 1 = f(x)$.
2. On calcule $\frac{-b}{2a} = \frac{4}{2} = 2$ et $f(2) = 2^2 - 4\times 2 + 1 = -3$. De plus, $a = 1 > 0$, donc la parabole est tournée vers le haut. D'où le tableau de variations de la fonction $f$ :

| $x$ | $-\infty$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | | $\searrow$ | $-3$ | $\nearrow$ | |

3. Les coordonnées du sommet S de la parabole représentative de $f$ : S$(2 ; -3)$.

4. La courbe qui représente la fonction $f$ est la A (il suffit de calculer $f(0) = 1$).
5. L'axe de symétrie de la parabole est la droite d'équation $x = 2$.
6. L'équation $f(x) = 1$ équivaut à $x^2 - 4x + 1 = 1$ équivaut à $x^2 - 4x = 0$ équivaut à $x(x-4) = 0$. Un produit de facteurs est nul si l'un des facteurs est nul : S = $\{0 ; 4\}$.
7. L'inéquation $f(x) \leqslant 0$ équivaut à $(x-2)^2 - 3 \leqslant 0$ équivaut à $(x-2)^2 \leqslant 3$ équivaut à $-\sqrt{3} \leqslant x - 2 \leqslant \sqrt{3}$ équivaut à $2 - \sqrt{3} \leqslant x \leqslant 2 + \sqrt{3}$. S = $[2 - \sqrt{3} ; 2 + \sqrt{3}]$.

EXERCICE 4 : Sur la figure ci-contre, ABCD est un carré de côté 4 cm, le point M est sur le segment [AB] avec AM = $x$ et les points N, P, R sont sur les autres côtés du carré, tels que BN = PC = DR = AM.




1. L'intervalle sur lequel varie $x$ est $[0 ; 4]$ puisque M est sur [AB].
2. L'aire A($x$) du quadrilatère MNPR est égale à l'aire de ABCD moins l'aire des triangles MBN, NPC, DRP et MAR ; ces quatre triangles ont la même aire égale à $\frac{x(4-x)}{2}$. Donc l'aire $A(x) = 4^2 - 4\frac{x(4-x)}{2} = 16 - 2x(4-x) = 2x^2 - 8x + 16$.
3. La fonction A est un polynôme du second degré, avec $a = 2 > 0$, donc la parabole est tournée vers le haut ; donc la fonction admet un minimum atteint en $x = \frac{-b}{2a} = \frac{8}{2\times 2} = 2$ et l'aire minimale est $A(2) = 2\times 2^2 - 8\times 2 + 16 = 8$ cm².
4. L'aire maximale du quadrilatère MNPR est égale à 16 cm² lorsque $x = 0$ ou $x = 4$, c'est-à-dire lorsque M est en A ou en B.

BONUS : L'aire de MNPR est-elle égale à 12,5 cm² lorsque $A(x) = 12{,}5$ soit $2x^2 - 8x + 16 = 12{,}5$ soit $2(x^2 - 4x + 8) = 12{,}5$ soit $2[(x-2)^2 - 4 + 8] = 12{,}5$ soit $2(x-2)^2 + 8 = 12{,}5$ soit $2(x-2)^2 = 4{,}5$ soit $(x-2)^2 = 2{,}25$ soit $x - 2 = 1{,}5$ ou $x - 2 = -1{,}5$ soit $x = 3{,}5$ ou $x = 0{,}5$. Il y a deux solutions : 0,5 et 3,5.

Vérification : $A(0{,}5) = 2\times 0{,}5^2 - 8\times 0{,}5 + 16 = 2\times 0{,}25 - 4 + 16 = 12{,}5$ cm².

$A(3{,}5) = 2\times 3{,}5^2 - 8\times 3{,}5 + 16 = 2\times 12{,}25 - 28 + 16 = 12{,}5$ cm².