CORRIGÉ DEVOIR SURVEILLÉ N° 4 SECONDE 2

EXERCICE 1 : 1. $A(x) = (x+3)^2 - (3x-2)^2$ on factorise à l'aide de l'identité remarquable :
$A^2 - B^2 = (A+B)(A-B)$: $[(x+3)+(3x-2)][(x+3)-(3x-2)] = (4x+1)(-2x+5)$.
2. $(x+3)^2 \geqslant (3x-2)^2$ équivaut à $(4x+1)(-2x+5) \geqslant 0$; on réalise un tableau de signes :

x	$-\infty$		$-0{,}25$		$2{,}5$		$+\infty$
$4x+1$		$-$	0	$+$		$+$	
$-2x+5$		$+$		$+$	0	$-$	
produit		$-$	0	$+$	0	$-$	

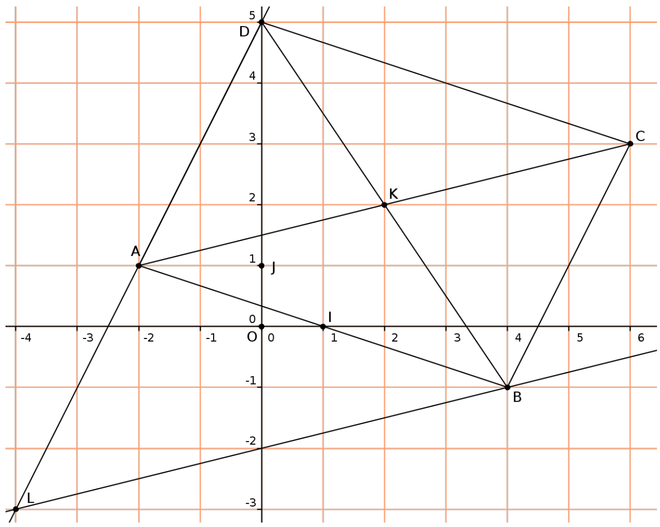
$4x + 1 = 0$ pour $x = \dfrac{-1}{4} = -0{,}25$;

et $-2x + 5 = 0$ pour $x = \dfrac{5}{2} = 2{,}5$.

La solution est $S = \left[\dfrac{-1}{4} ; \dfrac{5}{2}\right]$.

EXERCICE 2 : On considère un repère (O ; I, J) du plan et les points $A(x_A ; y_A)$ et $B(x_B ; y_B)$.
Les coordonnées du milieu de [AB] sont : $\dfrac{x_A+x_B}{2}$ et $\dfrac{y_A+y_B}{2}$.
Si $x_A = x_B$ alors l'équation de la droite (AB) est $x = x_A$.
sinon l'équation de la droite (AB) est $y = mx + p$ avec $m = \dfrac{y_A-y_B}{x_A-x_B}$ et $p = y_A - mx_A$.

EXERCICE 3 : On considère le repère orthonormé (O, I, J) du plan et les points A(-2 ; 1), B(4 ; -1) et C(6 ; 3).
1. Les coordonnées du milieu K du segment [AC] :



$x_K = \dfrac{x_A+x_C}{2} = \dfrac{-2+6}{2} = 2$ et

$y_K = \dfrac{y_A+y_C}{2} = \dfrac{1+3}{2} = 2$. Donc K(2 ; 2).

2. Si ABCD est un parallélogramme, alors K est le milieu des diagonales, donc K milieu de [BD] :

$x_K = \dfrac{x_B+x_D}{2}$, d'où $x_D = 2x_K - x_B = 2\times2 - 4 = 0$ et

$y_K = \dfrac{y_B+y_D}{2}$, d'où $y_D = 2y_K - y_B = 2\times2 - (-1) = 5$.

D'où D(0 ; 5).

3. Comme $x_A \neq x_C$ alors l'équation de la droite (AC) est de la forme $y = mx + p$ avec

$m = \dfrac{y_A-y_C}{x_A-x_C} = \dfrac{1-3}{-2-6} = \dfrac{1}{4}$ et

$p = y_A - mx_A = 1 - \dfrac{1}{4}(-2) = \dfrac{3}{2}$. Donc l'équation de la droite (AC) est $y = \dfrac{1}{4}x + \dfrac{3}{2}$.

4. La droite (d) est parallèle à (AC), donc son coefficient directeur est celui de la droite (AC) : $m = \dfrac{1}{4}$; (d) passe par B, donc $p = y_B - mx_B = -1 - \dfrac{1}{4}(4) = -2$. Donc l'équation de la droite (d) est $y = \dfrac{1}{4}x - 2$.

5. La droite (d') est parallèle à (BC), donc son coefficient directeur est celui de la droite (BC) :
$m = \dfrac{y_C-y_B}{x_C-x_B} = \dfrac{3-(-1)}{6-4} = 2$; (d') passe par A, donc $p = y_A - mx_A = 1 - 2(-2) = 5$. Donc l'équation de la droite (d') est $y = 2x + 5$.

BONUS : Les coordonnées du point L intersection des droites (d) et (d') vérifient les équations
$y = \dfrac{1}{4}x - 2$ et $y = 2x + 5$. D'où $\dfrac{1}{4}x - 2 = 2x + 5$ équivaut à $\dfrac{1}{4}x - 2 = 2x + 5$ équivaut à $\dfrac{1}{4}x - 2x = 2 + 5$ équivaut à $\dfrac{-7}{4}x = 7$ équivaut à $x = -4$. Et $y = 2(-4) + 5 = -3$. Donc L(-4 ; -3).

EXERCICE 4 : On considère le repère orthonormé (O, I, J) du plan et les points A(1 ; 5), B(– 3 ; 1), C(– 1 ; – 2), D(5 ; 4) et E(1 ; – 5).

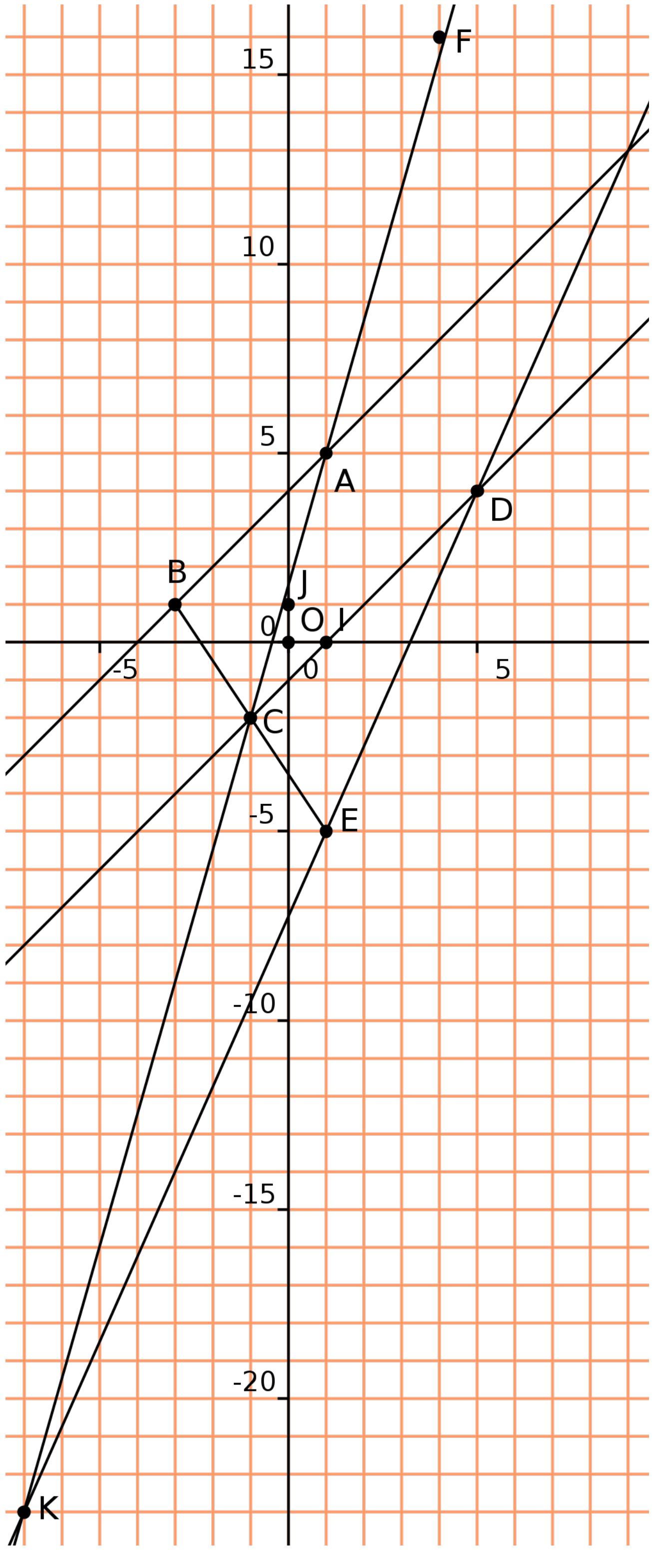
1. Les droites (AB) et (CD) sont parallèles si elles ont le même coefficient directeur :

Le coefficient directeur de la droite (AB) est $m = \dfrac{y_A - y_B}{x_A - x_B} = \dfrac{5-1}{1-(-3)} = 1$.

Le coefficient directeur de la droite (CD) est $m = \dfrac{y_C - y_D}{x_C - x_D} = \dfrac{-2-4}{-1-5} = 1$. Les coefficients directeurs sont égaux, donc les droites sont parallèles.

2. Le coefficient directeur de la droite (AC) est $m = \dfrac{y_A - y_C}{x_A - x_C} = \dfrac{5-(-2)}{1-(-1)} = 3{,}5$.

Le coefficient directeur de la droite (DE) est $m = \dfrac{y_E - y_D}{x_E - x_D} = \dfrac{-5-4}{1-5} = \dfrac{-9}{-4} = 2{,}25$. Les coefficients directeurs ne sont pas égaux, donc les droites (AC) et (DE) ne sont pas parallèles.



3. Les coordonnées du point d'intersection de (AC) et (DE) vérifient les équations des deux droites :
Pour la droite (AC) : $m = 3{,}5$ et
$p = y_A - mx_A = 5 - 3{,}5\times 1 = 1{,}5$.
Donc l'équation de (AC) est $y = 3{,}5x + 1{,}5$.
Pour la droite (DE) : $m = 2{,}25$ et
$p = y_D - mx_D = 4 - 2{,}25\times 5 = -7{,}25$.
Donc l'équation de (DE) est $y = 2{,}25x - 7{,}25$.
On résout l'équation : $3{,}5x + 1{,}5 = 2{,}25x - 7{,}25$
équivaut à $3{,}5x - 2{,}25x = -7{,}25 - 1{,}5$
équivaut à $1{,}25x = -8{,}75$ équivaut à $x = \dfrac{-8{,}75}{1{,}25} = -7$
et $y = 3{,}5\times(-7) + 1{,}5 = -23$.
Les coordonnées du point d'intersection de (AC) et (DE) sont $(-7 ; -23)$.

4. Calculons les coordonnées du milieu de [BE] :
$\dfrac{x_B + x_E}{2} = \dfrac{-3+1}{2} = -1 = x_C$ et
$\dfrac{y_B + y_E}{2} = \dfrac{1-5}{2} = -2 = y_C$, donc C est le milieu du segment [BE].

5. Le point F(4 ; 16) est sur la droite (AC) si ses coordonnées vérifient l'équation de la droite (AC) :
$y = 3{,}5x + 1{,}5$.
$3{,}5x_F + 1{,}5 = 3{,}5\times 4 + 1{,}5 = 15{,}5 \neq 16$, donc F n'est pas sur la droite (AC).