EXERCICE 1 : Questions de cours : Soit $f$ la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = ax^2 + bx + c$ avec $a \neq 0$.

1. La courbe représentative de la fonction $f$ est une parabole.
2. Si $a > 0$, alors cette courbe est tournée vers le haut.
3. L'abscisse du sommet de cette courbe est égale à $\dfrac{-b}{2a}$.
4. Si $x > 5$, alors $x^2 > 25$ ; Si $x \leqslant -8$ , alors $x^2 \geqslant 64$.

EXERCICE 2 : Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations :

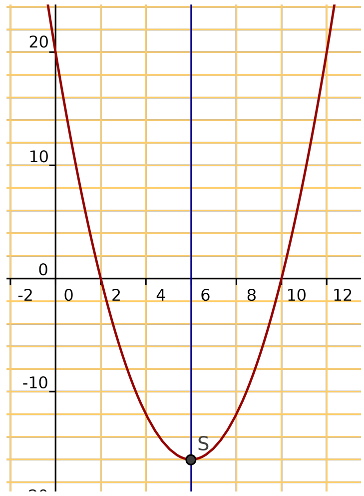
a) $x^2 > 9$ ; S = $]-\infty ; -3[ \cup ]3 ; +\infty[$. b) $2x^2 - 1 \leqslant 7$ équivaut à $2x^2 \leqslant 8$ équivaut à $x^2 \leqslant 4$ ; S = $[-2 ; 2]$.

EXERCICE 3 : On considère la fonction $f$ définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 - 12x + 20$.

1. On peut écrire $(x-6)^2 - 16 = x^2 - 12x + 36 - 16 = x^2 - 12x + 20 = f(x)$.
2. Le tableau de variations de la fonction $f$ sur $\mathbb{R}$ :

| $x$ | $-\infty$ | 6 | $+\infty$ |
|---|---|---|---|
| $f(x)$ | $\searrow$ | $-16$ | $\nearrow$ |

3. Les coordonnées du sommet S de la courbe représentative de $f$ sont $(6 ; -16)$.
4. Parmi les courbes ci-dessous, celle qui représente la fonction $f$ est la figure B.
5. L'axe de symétrie de la courbe sur la figure est la droite d'équation $x = 6$.

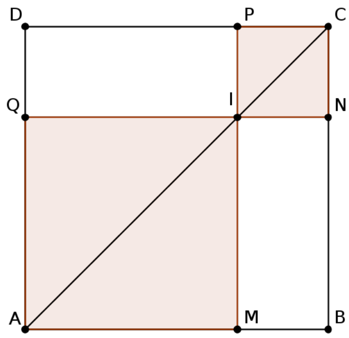



6. L'équation $f(x) = 9$ équivaut à $(x-6)^2 - 16 = 9$ équivaut à $(x-6)^2 = 25$ équivaut à $x - 6 = 5$ ou $x - 6 = -5$ équivaut à $x = 11$ ou $x = 1$.
D'où S = {1 ; 11}.
7. L'inéquation $f(x) \leqslant 0$ équivaut à $(x-6)^2 - 16 \leqslant 0$ équivaut à $[(x-6)-4]\,[(x-6)+4] \leqslant 0$ équivaut à $(x-10)(x-2) \leqslant 0$. On réalise un tableau de signes :

| $x$ | $-\infty$ | 2 | | 10 | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $x - 10$ | $-$ | | $-$ | 0 | $+$ |
| $x - 2$ | $-$ | 0 | $+$ | | $+$ |
| A($x$) | $+$ | 0 | $-$ | 0 | $+$ |

D'où la solution de l'inéquation :
S = [2 ; 10].

EXERCICE 4 : Sur la figure ci-contre, ABCD est un carré de côté 4 cm, le point M est sur le segment [AB] avec AM = $x$, I est sur la diagonale [AC]. AMIQ et NIPC sont des carrés.




1. L'intervalle sur lequel varie $x$ est [0 ; 4] puisque M $\in$ [AB].
2. L'aire A($x$) de la partie grisée est égale à la somme des aires des carrés AMIQ et NIPC de côtés respectifs $x$ et $(4 - x)$ ;
d'où $A(x) = x^2 + (4-x)^2 = x^2 + x^2 - 8x + 16 = 2x^2 - 8x + 16$.

La forme canonique du polynôme A : On calcule $\alpha = \dfrac{-b}{2a} = \dfrac{8}{2\times 2} = 2$ et
$\beta = A(2) = 2\times 2^2 - 8\times 2 + 16 = 8$ ; d'où $A(x) = 2(x-2)^2 + 8$.

Le tableau de variations de la fonction A :

| $x$ | 0 | 2 | 4 |
|---|---|---|---|
| A($x$) | 16 $\searrow$ | 8 | $\nearrow$ 16 |

3. L'aire minimale de la partie grisée est 8 atteint pour $x = 2$.
4. L'aire maximale de la partie grisée est 16 atteint pour $x = 0$ et $x = 4$.

BONUS : Pour trouver la valeur de $x$ telle que l'aire de la partie grisée est-elle égale à 10 cm² , on résout l'équation A($x$) = 10 équivaut à $2(x-2)^2 + 8 = 10$ équivaut à $2(x-2)^2 = 2$ équivaut à $(x-2)^2 = 1$ équivaut à $x - 2 = 1$ ou $x - 2 = -1$ équivaut à $x = 3$ ou $x = 1$. Il y a deux valeurs de $x$ telle que l'aire de la partie grisée est-elle égale à 10 cm² , qui sont 1 et 3.