Lycée F. MISTRAL   AVIGNON *Mai 2013*

Devoir commun n° 3 de mathématiques

Niveau Secondes - Année 2012/2013

L'utilisation d'une calculatrice est autorisée.

La feuille annexe est à rendre avec votre nom indiqué en haut.

Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

EXERCICE 1 : **2 points**

À l'aide de la relation de Chasles, exprimer à l'aide d'un seul vecteur les expressions suivantes :

1. $\overrightarrow{RS}-\overrightarrow{TS}+\overrightarrow{TU}+\overrightarrow{SR}$.

2. $\overrightarrow{RT}+2\overrightarrow{TS}-\overrightarrow{RS}$.

EXERCICE 2 : **5 points**

On donne l'algorithme ci-contre :

Variables
X
Initialisation
Lire X
Traitement
X reçoit X+ 3
X reçoit $\dfrac{1}{X}$
X reçoit 7X
X reçoit X+ 2
Sortie
Afficher X

1. Quelle est l'expression algébrique de la fonction *f* associée à ce programme ?

2. Montrer que *f*(*x*) peut s'écrire sous la forme *f*(*x*) = $\dfrac{2x+13}{x+3}$

3. Quelle est l'ensemble de définition de cette fonction *f* ?

4. Dresser le tableau de variation de cette fonction *f*.

5. Par quelle courbe est représentée cette fonction *f* ?

EXERCICE 3 : **4 points**

1. Résoudre l'équation suivante : $\dfrac{2x+1}{x-5}=0$.

2. Résoudre l'inéquation suivante à l'aide d'un tableau de signes : $\dfrac{3-2x}{x+3}\leq 0$.

EXERCICE 4 : **14 points**

Dans un repère orthonormé (O, $\vec{i};\vec{j}$), on donne les points : T(3 ; −3), U(6 ; 3) et V(−2 ; 2).

1. Placer les points T, U et V sur l'**annexe 1**. On complétera ensuite la figure au fur et à mesure de l'exercice.

2. Calculer les coordonnées du point W pour que TUWV soit un parallélogramme.

3. **a)** Calculer les distances TU et TV.
b) TUWV est-il un losange ?

4. **a)** Calculer les coordonnées des points P et Q, milieux respectifs de [UV] et [TV].
b) Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{PQ}$ et $\overrightarrow{TU}$.
c) Justifier que les vecteurs $\overrightarrow{PQ}$ et $\overrightarrow{TU}$ sont colinéaires.
d) Que peut-on dire des droites (PQ) et (TU) ? Justifier.

5. **a)** Placer sur la figure le point G tel que : $\overrightarrow{TG}=\dfrac{2}{3}\overrightarrow{TP}$.
b) Que peut-on dire des points T, G et P ?
c) Montrer par le calcul que les coordonnées du point G sont $\left(\dfrac{7}{3};\dfrac{2}{3}\right)$.

6. **a)** Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{UG}$ et $\overrightarrow{UQ}$.
b) Les points U,G et Q sont-ils alignés ?
c) Que peut-on dire du point G ? Pourquoi ?

EXERCICE 5 : 3 points

On a placé sur l'**annexe 2** trois points A, B et C:

1. Placer le point M tel que : $\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB}$

2. Placer le point N tel que : $\overrightarrow{BN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{CA}$

3. Placer le point O tel que : $\overrightarrow{BO} = \frac{3}{2}\overrightarrow{CA} + \frac{2}{3}\overrightarrow{BA}$

EXERCICE 6 : 12 points

Partie A

1. On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[15 ; +\infty[$ par : $f(x) = \dfrac{15x+2850}{x-10}$.

a) Vérifier que $f(x) = 15 + \dfrac{3000}{x-10}$.

b) Calculer $f(610)$.

c) Résoudre l'équation : $f(x) = 18$.

2. a) Compléter, à l'aide du tableur de la calculatrice, le tableau situé en **annexe 3**.

b) Tracer soigneusement la courbe représentative de la fonction f sur le repère fourni en **annexe 3**.

c) Donner le sens de variation de la fonction f sur l'intervalle $[15 ; +\infty[$ (*aucune justification n'est demandée*).

3. a) Résoudre graphiquement l'équation : $f(x) = 27{,}50$. Laisser les traits de construction visibles et en vert sur **l'annexe 3**.

b) Retrouver ce résultat en résolvant algébriquement l'équation : $f(x) = 27{,}50$.

Partie B

Une entreprise produit une chaise en grande quantité.
Le coût de production total sur une journée, pour une production inférieure à 1 000 chaises, comporte un coût fixe de 2 850 € et un coût variable de 15 € par chaise.
On note $C(x)$ le coût total de production pour x chaises produites. On a donc $C(x) = 15x + 2850$.

1. Lorsqu'on fabrique x chaises, le coût moyen de production de chaque chaise est $\dfrac{C(x)}{x-10} = \dfrac{15x+2850}{x-10} = f(x)$, où f est la fonction vue à la **partie A** (*en effet chaque jour la chaîne de production fournit, en moyenne, 10 chaises non conformes*).

a) **Recopier** et compléter la phrase suivante par un verbe :

« Lorsque la quantité de chaises produites augmente, le coût moyen d'une chaise ………………………. »

b) Quel est le coût moyen d'une chaise lorsque l'entreprise a fabriqué 610 chaises dans la journée ?
Quel est le coût moyen d'une chaise lorsque l'entreprise a fabriqué 385 chaises dans la journée ?

2. L'entreprise gagne de l'argent lorsque le coût moyen $f(x)$ est inférieur au prix de vente.

a) Au vu de la conjoncture du marché, le chef d'entreprise est assuré de vendre un minimum de 135 chaises par jour. Déterminer graphiquement une estimation du prix minimal auquel il devrait vendre une chaise produite pour que l'entreprise ne perde pas d'argent dans ce cas. Laisser les traits de construction visibles et en bleu sur **l'annexe 3**.

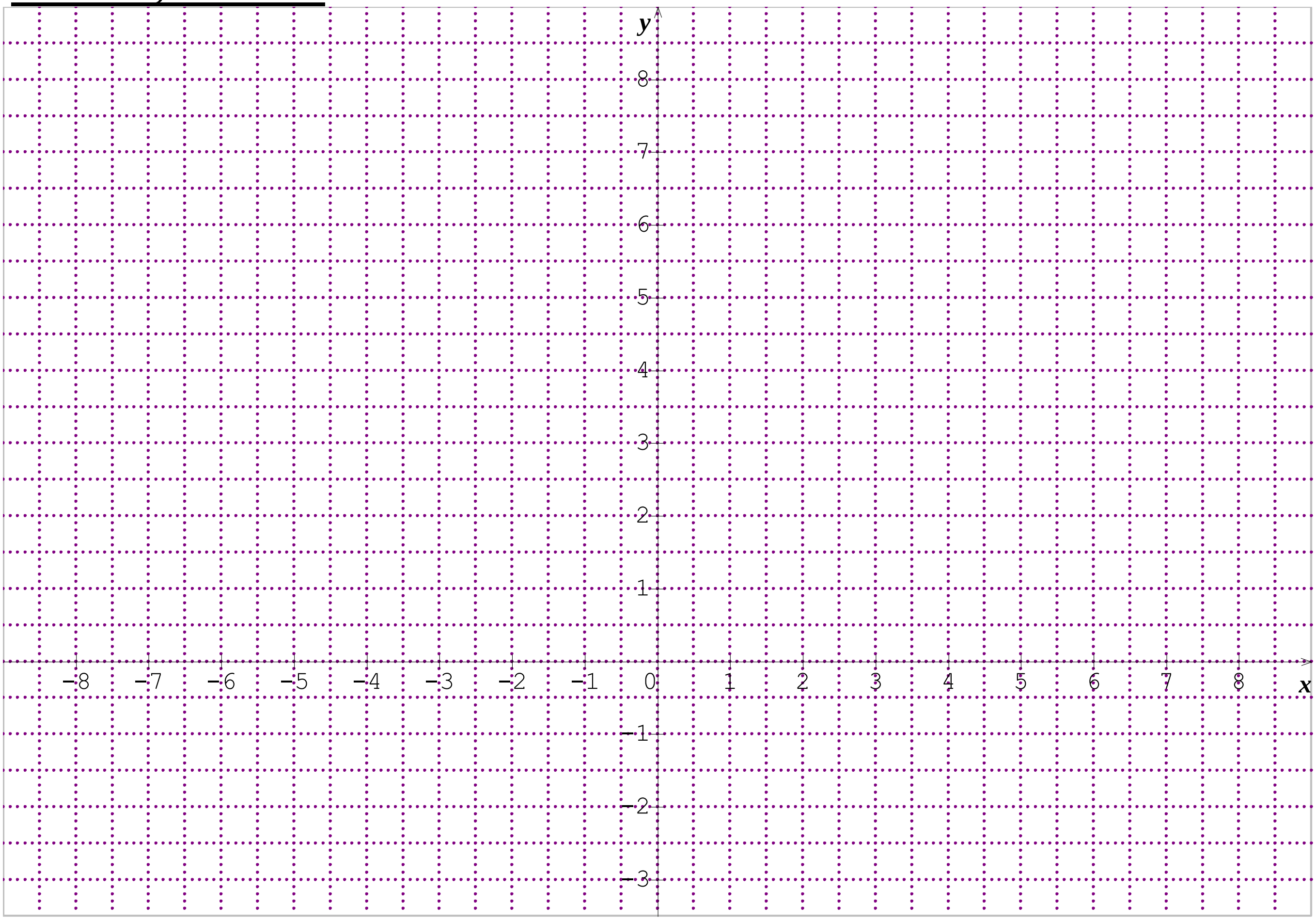
b) Retrouver ce résultat par le calcul.

3. Au vu des prix pratiqués par la concurrence, une chaise est vendue 27,50 €. Quelle est la quantité minimale à partir de laquelle la production est rentable pour l'entreprise ?

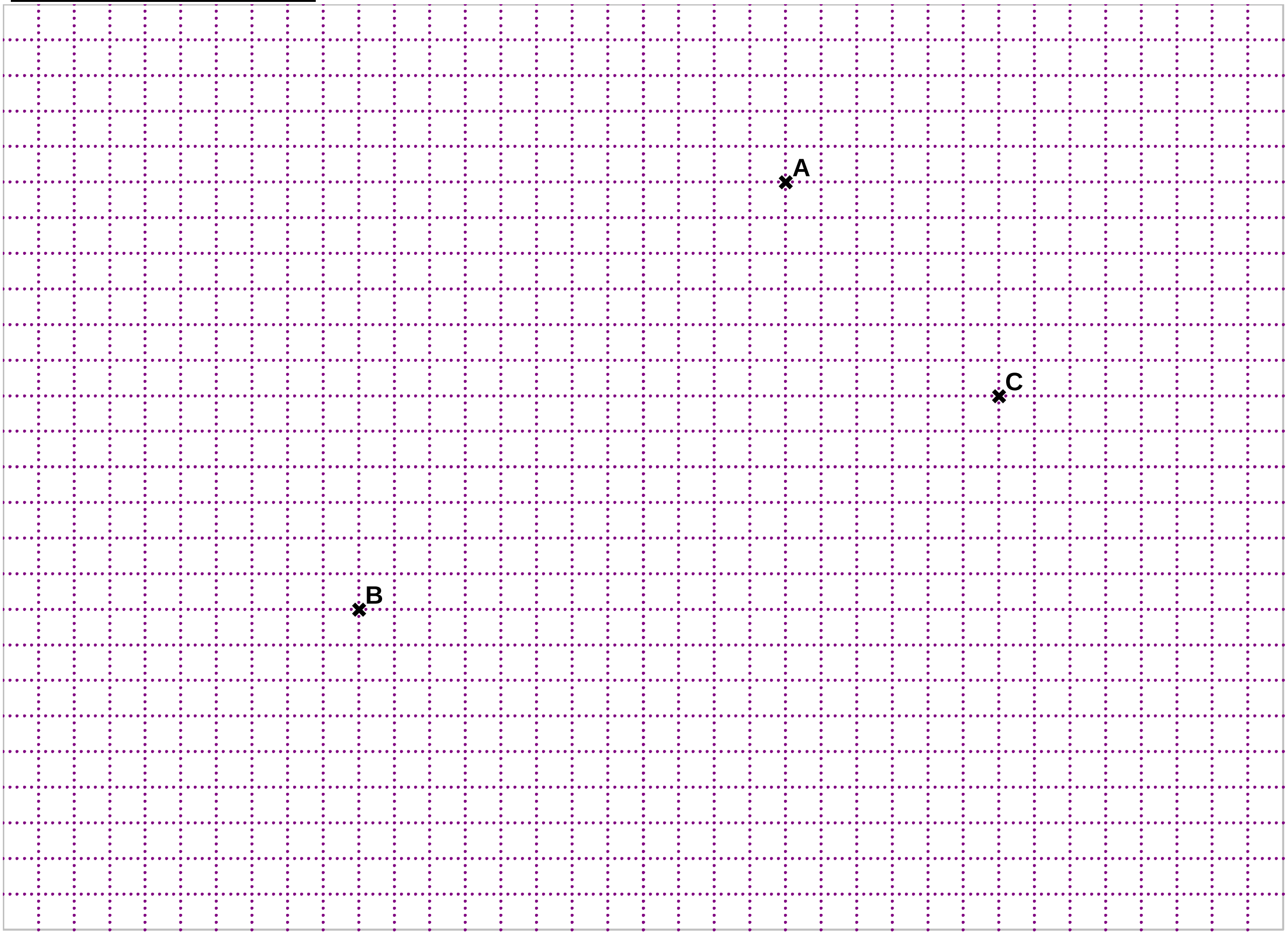
NOM : ....

Feuille annexe Devoir Commun n°3

Annexe 1, exercice 4



Annexe 2, exercice 5



Annexe 3, exercice 6

x	15	20	30	40	50	60	70	90	110	130	160	170	210	250	260	310	410
$f(x)$	615		165		90		65		45		35		30		27		22,5