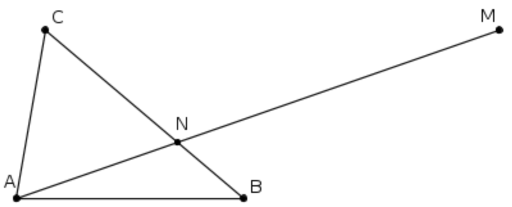
CORRIGÉ DEVOIR MAISON N° 7 SECONDE 502

EXERCICE 1 : On considère un triangle quelconque ABC et un nombre réel x différent de – 1.

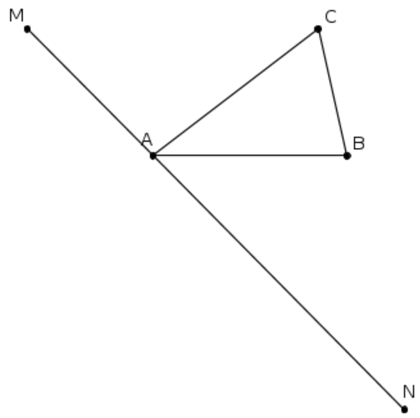
On définit les points M et N par $\overrightarrow{AM} = x\,\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{BN} = \dfrac{1}{x+1}\,\overrightarrow{BC}$.

1. Construction des points M et N dans chacun des cas :

$x = 2$:



$x = \dfrac{-3}{2}$:



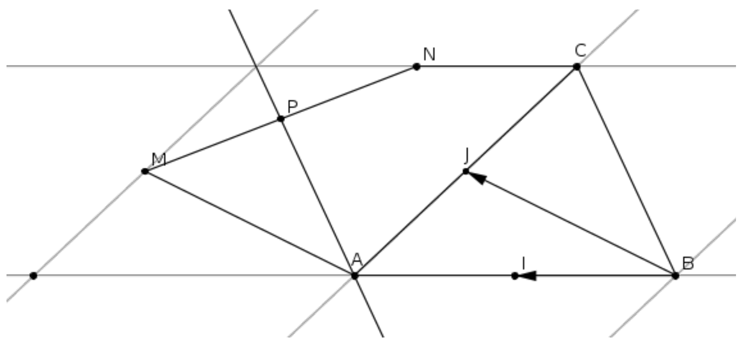
2. Pour tout $x \neq -1$:

a) $\overrightarrow{CM} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AM} =$
$\overrightarrow{CA} + x\,\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = x\,\overrightarrow{AB}$, donc les vecteurs $\overrightarrow{CM}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont colinéaires, et donc les droites (CM) et (AB) sont parallèles.

b) $\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BN} = \overrightarrow{AB} + \dfrac{1}{x+1}\,\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB} + \dfrac{1}{x+1}\,(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC}) = (1 - \dfrac{1}{x+1})\,\overrightarrow{AB} + \dfrac{1}{x+1}\,\overrightarrow{AC} =$

$\dfrac{x}{x+1}\,\overrightarrow{AB} + \dfrac{1}{x+1}\,\overrightarrow{AC} = \dfrac{1}{x+1}\,(x\,\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) = \dfrac{1}{x+1}\,\overrightarrow{AM}$, donc les vecteurs $\overrightarrow{AN}$ et $\overrightarrow{AM}$ sont colinéaires et donc les points A, M et N sont alignés.

EXERCICE 2 : On considère le triangle ABC ci-contre.



1. Construction des points I, J, M, N et P définis par :
I est le milieu de [AB], J est le milieu de [AC], $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{BJ}$, $\overrightarrow{CN} = \overrightarrow{BI}$ et P est le milieu de [MN].

1. En utilisant le repère (A ; $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$), les coordonnées de tous les points de la figure :
A(0 ; 0) ; B(1 ; 0) ; C(0 ; 1).

Comme I est le milieu de [AB], I(0,5 ; 0). Comme J est le milieu de [AC], J(0 ; 0,5).

Coordonnées de $\overrightarrow{BJ}$ $(x_J - x_B\,;\, y_J - y_B)$ soit $\overrightarrow{BJ}$ (– 1 ; 0,5), donc $\overrightarrow{AM}$ (– 1 ; 0,5) et M(– 1 ; 0,5).

Coordonnées de $\overrightarrow{BI}$ $(x_I - x_B\,;\, y_I - y_B)$ soit $\overrightarrow{BI}$ (– 0,5 ; 0), donc $\overrightarrow{CN}$ (– 0,5 ; 0);
ainsi $x_N - x_C = -0{,}5$ d'où $x_N = -0{,}5$; et $y_N - y_C = 0$ d'où $y_N = 1$. N(– 0,5 ; 1).

P est le milieu de [MN], donc P(– 0,75 ; 0,75).

2. Coordonnées de $\overrightarrow{AP}$ (– 0,75 ; 0,75) et $\overrightarrow{BC}$ (– 1 ; 1). On obtient $\overrightarrow{AP} = 0{,}75\,\overrightarrow{BC}$ donc les vecteurs $\overrightarrow{AP}$ et $\overrightarrow{BC}$ sont colinéaires, donc les droites (AP) et (BC) sont parallèles.