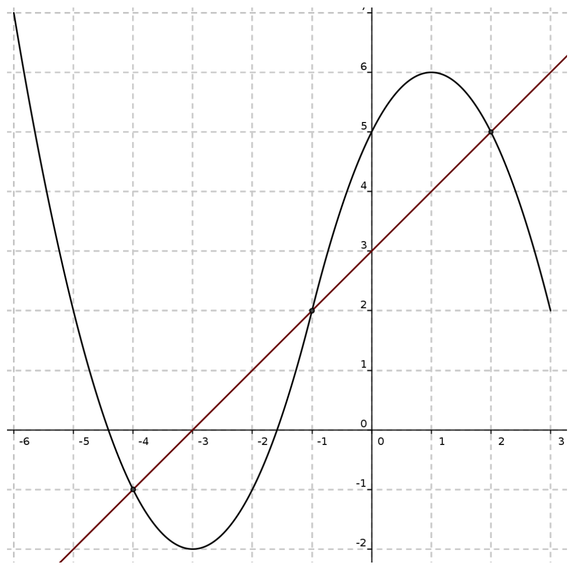
CORRIGÉ DEVOIR SURVEILLÉ N° 1 SECONDE 502

Exercice 1 : On considère la fonction f définie sur l'intervalle I = [– 6 ; 3] et C_f sa courbe donnée sur la figure ci-contre.

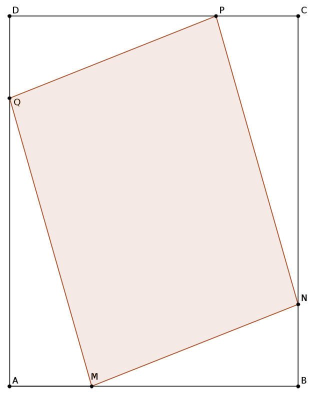


1. L'image de 2 par f est 5 et l'image de – 5 par f est 2; $f(-6) = 7$.
2. Les antécédents de 0 par f sont approximativement – 4,4 et – 1,6.
3. Le maximum de la fonction f sur I est égal à 7; il est atteint pour $x = -6$.
4. Le minimum de la fonction f sur I est égal à – 2; il est atteint pour $x = -3$.
5. Le tableau de variation de f sur I :

x	– 6		– 3		1		4
$f(x)$	7	↘	– 2	↗	6	↘	2

6. L'ensemble solution de l'équation $f(x) = 5$ est S = {– 5,7; 0 ; 2}.
7. Tracé de la courbe représentant la fonction g définie sur I par $g(x) = x + 3$.
8. L'ensemble solution de l'équation : $f(x) = g(x)$ est S = {– 4; – 1; 2}.
9. L'ensemble solution de l'inéquation $f(x) \leqslant g(x)$ est S = [– 4; – 1] ∪ [2; 3].

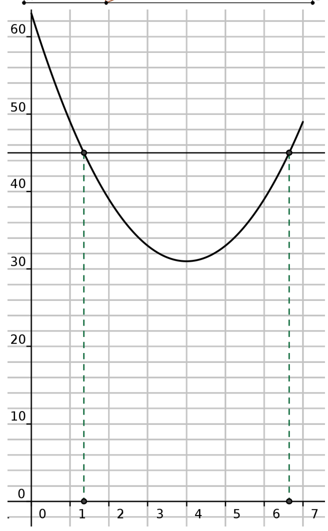
Exercice 2 : On considère un rectangle ABCD tel que AB = 7 cm et BC = 9 cm. Le point M est sur le segment [AB], N est sur [BC] tel que BN = AM, P est sur [CD] tel que CP = AM, Q est sur [AD] tel que DQ = AM. On pose AM = x.



1. La figure avec AM = 2 cm :
2. L'aire du triangle BMN est égale à $\dfrac{\text{BM}\times\text{BN}}{2} = \dfrac{(7-x)\times x}{2} = \dfrac{-x^2+7x}{2}$.
3. L'aire de MNPQ est égale à l'aire de ABCD moins l'aire des triangles BMN, CNP, DPQ et AMQ ; les triangles BMN et DPQ ont la même aire égale à $\dfrac{-x^2+7x}{2}$ et les triangles CNP et AMQ ont la même aire égale à $\dfrac{(9-x)\times x}{2} = \dfrac{-x^2+9x}{2}$.

Ainsi $A(x) = 9\times 7 - \left(2\times\dfrac{-x^2+7x}{2} + 2\times\dfrac{-x^2+9x}{2}\right) = 63 - (-2x^2 + 7x + 9x) = 2x^2 - 16x + 63$.

On a $A(0) = 63$, $A(4) = 2\times 4^2 - 16\times 4 + 63 = 31$ et $A(7) = 2\times 7^2 - 16\times 7 + 63 = 49$.



4. Le tableau de variations de la fonction A :

x	0		4		7
$f(x)$	63	↘	31	↗	49

5. On en déduit l'aire maximale de MNPQ, égale à 63 cm^2 atteinte pour $x = 0$.
6. On en déduit l'aire minimale de MNPQ, égale à 31 cm^2 atteinte pour $x = 4$.

7. L'aire de MNPQ peut être égale à 45 cm^2, et par lecture graphique, atteinte pour $x = 1{,}35$ et $x = 6{,}65$.

BONUS : On développe : $2(x-4)^2 + 31 = 2(x^2 - 8x + 16) + 31 = 2x^2 - 16x + 32 + 31 = 2x^2 - 16x + 63 = A(x)$.
Un carré est toujours positif, donc $(x-4)^2 \geqslant 0$, et $2(x-4)^2 \geqslant 0$, donc $2(x-4)^2 + 31 \geqslant 31$; ainsi le minimum de la fonction A est 31, atteint en $x = 4$.