

Exercice 1 : On considère le repère orthonormé (O ; I, J).

1. Les points A(3 ; 2), B(1 ; 6) et C(-3 ; -1) dans le repère :

2. Longueurs AB, AC, BC :

$$AB = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2} = \sqrt{(3-1)^2 + (2-6)^2} = \sqrt{2^2 + (-4)^2} = \sqrt{4+16} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5} ;$$

$$AC = \sqrt{(x_A - x_C)^2 + (y_A - y_C)^2} = \sqrt{(3-(-3))^2 + (2-(-1))^2} = \sqrt{6^2 + 3^2} = \sqrt{36+9} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5} ;$$

$$CB = \sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2} = \sqrt{(-3-1)^2 + (-1-6)^2} = \sqrt{(-4)^2 + (-7)^2} = \sqrt{16+49} = \sqrt{65} .$$

3. On a  $AB^2 + AC^2 = 20 + 45 = 65 = BC^2$ , donc le triangle ABC est rectangle en A.

4. Le centre du cercle circonscrit au triangle ABC rectangle en A est le milieu de son hypoténuse [BC].

$$D'où x_R = \frac{x_B + x_C}{2} = \frac{1-3}{2} = -1 \text{ et } y_R = \frac{y_B + y_C}{2} = \frac{6-1}{2} = 2,5.$$

Donc R(-1 ; 2,5).

5. Le rayon du cercle circonscrit est égal à la moitié de la longueur

de l'hypoténuse, soit  $\frac{\sqrt{65}}{2}$ .

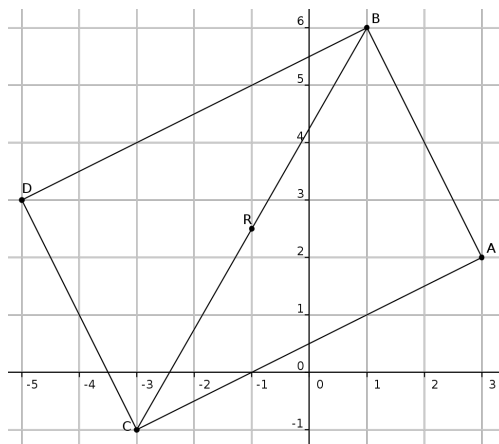
6. Si ABDC soit un parallélogramme, alors R est le milieu de ses

diagonales, donc R est le milieu de [AD]. D'où  $x_R = \frac{x_A + x_D}{2}$ ,

d'où  $x_D = 2x_R - x_A = 2 \times (-1) - 3 = -5$  et

$$y_R = \frac{y_A + y_D}{2}, \text{ d'où } y_D = 2y_R - y_A = 2 \times 2,5 - 2 = 3.$$

D'où D(-5 ; 3).



Exercice 2 :

On considère le repère orthonormé (O, I, J) du plan et les points A(3 ; 6), B(11 ; 2), C(3 ; 0) et D(-1 ; 2).

1. Les abscisses des points A et B sont différentes, donc l'équation de la droite (AB) est de la forme  $y = mx + p$ . Son coefficient directeur

$$\text{est } m = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B} = \frac{6-2}{3-11} = \frac{4}{-8} = -\frac{1}{2}.$$

Les abscisses des points C et D sont différentes, donc l'équation de la droite (CD) est de la forme  $y = mx + p$ .

$$\text{Son coefficient directeur est } m = \frac{y_C - y_D}{x_C - x_D} = \frac{0-2}{3-(-1)} = \frac{-2}{4} = -\frac{1}{2}.$$

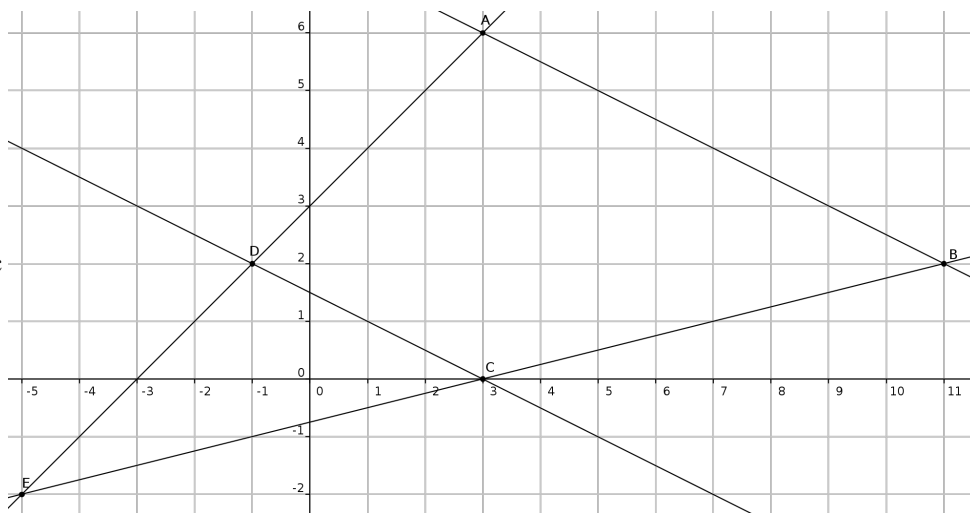
Les coefficients directeurs des droites (AB) et (CD) sont égaux, donc ces droites sont parallèles.

$$2. \text{ Le coefficient directeur de la droite (AD) est } m = \frac{y_A - y_D}{x_A - x_D} = \frac{6-2}{3-(-1)} = \frac{4}{4} = 1.$$

$$\text{Le coefficient directeur de la droite (BC) est } m = \frac{y_B - y_C}{x_B - x_C} = \frac{2-0}{11-3} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}.$$

Les coefficients directeurs des droites (AD) et (BC) ne sont pas égaux, donc ces droites sont sécantes.

3. L'équation de la droite (AD) est de la forme  $y = mx + p = x + p$ . On remplace  $x$  et  $y$  par les coordonnées de A :  $3 + p = 6$ , donc  $p = 6 - 3 = 3$ . L'équation est  $y = x + 3$ .



L'équation de la droite (BC) est de la forme  $y = mx + p = \frac{1}{4}x + p$ . On remplace  $x$  et  $y$  par les coordonnées de B :

$$\frac{1}{4} \times 11 + p = 2, \text{ donc } p = 2 - \frac{11}{4} = \frac{8-11}{4} = \frac{-3}{4}. \text{ L'équation est } y = \frac{1}{4}x - \frac{3}{4}.$$

4. Pour déterminer les coordonnées du point E, intersection des droites (AD) et (BC), on résout l'équation

$$x + 3 = \frac{1}{4}x - \frac{3}{4} \text{ équivaut à } x - \frac{1}{4}x = -\frac{3}{4} - 3 \text{ équivaut à } \frac{3}{4}x = \frac{-15}{4} \text{ équivaut à}$$

$x = \frac{-15}{4} \times \frac{4}{3} = \frac{-15}{3} = -5$  ; on remplace  $x$  par  $-5$  dans une des équations de droite :  $y = -5 + 3 = -2$ . Donc le point E a pour coordonnées  $(-5 ; -2)$ .

5. Les coordonnées du milieu de [BE] sont  $\frac{x_B + x_E}{2} = \frac{11-5}{2} = 3$  et  $\frac{y_B + y_E}{2} = \frac{2-2}{2} = 0$ , qui sont bien les coordonnées du point C. Donc C est le milieu du segment [BE].

6. Le point F(20 ; 4) est sur la droite (BC) si ses coordonnées vérifient l'équation de la droite :

$$\frac{1}{4} \times 20 - \frac{3}{4} = 5 - \frac{3}{4} = 4,25 \neq 4, \text{ donc F n'est pas sur la droite (BC).}$$

Exercice 3 : On considère le triangle ABC ci-dessous.

1. Le milieu M de [CB] et le milieu N de [AM].

2. Les points K et L sur le segment [AB] tel que  $AK = \frac{1}{3}AB$  et  $AL = \frac{2}{3}AB$ .

3. Les coordonnées de tous les points de la figure dans le repère (A ; B, C) :

A(0 ; 0), B(1 ; 0), C(0 ; 1), K( $\frac{1}{3}$  ; 0), L( $\frac{2}{3}$  ; 0) ;

M est le milieu de [BC], donc  $x_M = \frac{x_B + x_C}{2} = \frac{1+0}{2} = 0,5$  et  $y_M = \frac{y_B + y_C}{2} = \frac{0+1}{2} = 0,5$ . Donc M(0,5 ; 0,5).

N est le milieu de [AM], donc  $x_N = \frac{x_A + x_M}{2} = \frac{0+0,5}{2} = 0,25$  et  $y_N = \frac{y_A + y_M}{2} = \frac{0+0,5}{2} = 0,25$ .

Donc N(0,25 ; 0,25).

4. Le coefficient directeur de la droite (CN) est  $m = \frac{y_C - y_N}{x_C - x_N} = \frac{1-0,25}{0-0,25} = \frac{0,75}{-0,25} = -3$ .

Et celui de la droite (CK) est  $m = \frac{y_C - y_K}{x_C - x_K} = \frac{1-0}{0-\frac{1}{3}} = \frac{1}{-\frac{1}{3}} = -3$ .

5. Les coefficients directeurs des droites (CN) et (CK) sont égaux, donc les droites sont parallèles, confondues puisque C appartient aux deux droites, donc les points C, N, K sont alignés.

