CORRIGÉ DEVOIR SURVEILLÉ N° 3 SECONDE 502

Exercice 1 :
Les longueurs (en km) de chacune des 21 étapes du Tour de France 2013 sont :
25 ; 32 ; 33 ; 125 ; 133,5 ; 145,5 ; 156 ; 168 ; 168,5 ; 172,5 ; 173 ; 176,5 ; 191 ; 195 ; 197 ; 204,5 ; 205,5 ; 213 ; 218 ; 228,5 ; 242,5.

1. L'étendue de cette série est 242,5 – 25 = 217,5 km.

2. La moyenne des longueurs est égale à $\dfrac{25+32+33+...+242,5}{21} = \dfrac{3403,5}{21} \simeq 162,07$ km.

3. La longueur totale du Tour de France (somme des valeurs) est de 3403,5 km.

4. Pour déterminer la médiane et les quartiles de cette série, les valeurs étant rangées dans l'ordre croissant :
Il y a 21 valeurs, donc la médiane est la 11ème valeur (21/2 = 10,5), soit Me = 173 km.
Le premier quartile est la 6ème valeur (21/4 = 5,25), soit Q_1 = 145,5 km.
Le troisième quartile est la 16ème valeur (21*3/4 = 15,75), soit Q_3 = 204,5 km.

5. 50 % des étapes avait une longueur inférieure à Me = 173 km.
75 % des étapes avait une longueur supérieure à Q_1 = 145,5 km.

6. Il y a 6 étapes dont la distance est supérieure à 200 km, soit 6/21*100 = 28,6 %.

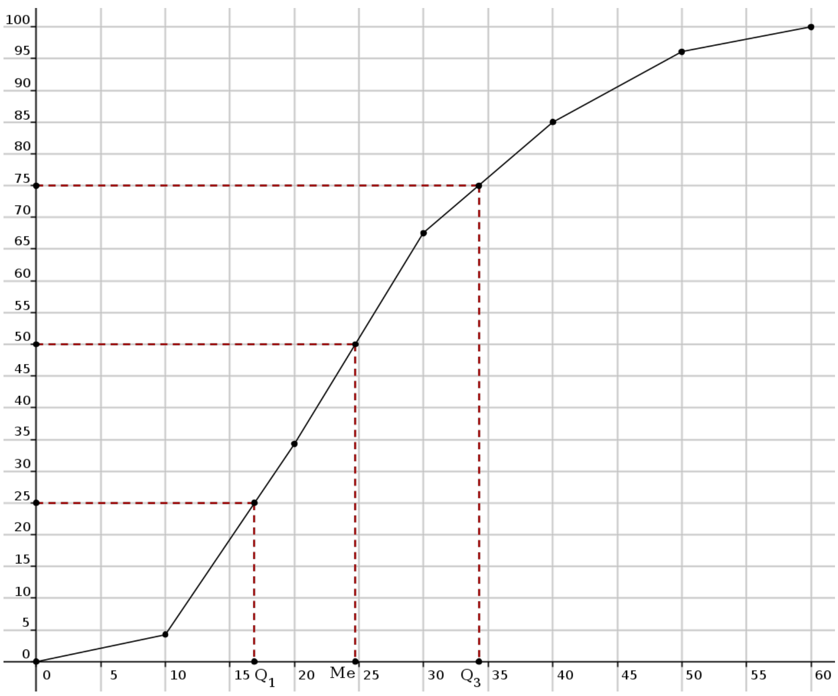
Exercice 2 : Le temps de transport mis par 280 parisiens pour aller au travail a été relevé un jour de semaine et consigné dans ce tableau :

Temps de transport (min)	[0 ; 10[	[10 ; 20[	[20 ; 30[	[30 ; 40[	[40 ; 50[	[50 ; 60[
Nombre de personnes	12	84	93	49	31	11
Centre des classes	5	15	25	35	45	55
Fréquences	4,3	30	33,2	17,5	11,1	3,9
Fréquences cumulées croissantes	4,3	34,3	67,5	85	96,1	100

1. Le tableau complété.

2. Le temps moyen de transport est égal à $\dfrac{12\times5+84\times15+93\times25+...+11\times55}{280} = \dfrac{7360}{280} \simeq 26,28$ minutes.

3. Le polygone des fréquences cumulées croissantes ci-contre :

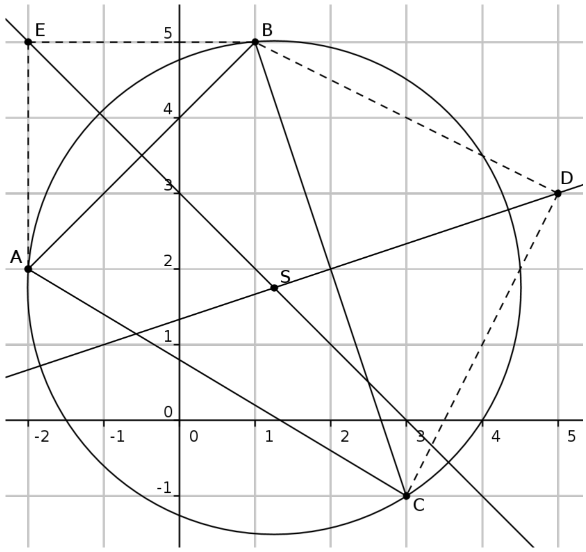


4. On en déduit la médiane et les quartiles de la série : la médiane est l'antécédent de 50 par le polygone : Me = 24,7 minutes.
Le premier quartile est l'antécédent de 25 : Q_1 = 16,9 minutes.
Le troisième quartile est l'antécédent de 75 : Q_3 = 34,3 minutes.

5. Le pourcentage de la population situé dans l'intervalle[Q_1 ; Q_3] est toujours 50 %.

6. Le pourcentage de la population dont le temps de transport est supérieur à 30 minutes e la somme des fréquences des classes [30 ; 40[, [40 ; 50[et [50 ; 60[, soit 32,5 %.

Exercice 3 : On considère le repère orthonormé (O, I, J) du plan et les points A(– 2 ; 2), B(1 ; 5), C(3 ; – 1), D(5 ; 3) et E(– 2 ; 5).



1. Pour montrer que E est sur la médiatrice de [AB], on montre que EA = EB :

EA = $\sqrt{(x_A - x_E)^2 + (y_A - y_E)^2} = \sqrt{(-2-(-2))^2+(2-5)^2} = \sqrt{0^2+(-3)^2} = \sqrt{9} = 3$;

EB = $\sqrt{(x_B - x_E)^2 + (y_B - y_E)^2} = \sqrt{(1-(-2))^2+(5-5)^2} = \sqrt{3^2+0^2} = 3$; donc E est sur a médiatrice de [AB].

2. La médiatrice de [AB] passe par le milieu K de [AB] et par E.

Les coordonnées du milieu de [AB] :

$x_K = \dfrac{x_A + x_B}{2} = \dfrac{-2+1}{2} = -0{,}5$ et

$y_K = \dfrac{y_A + y_B}{2} = \dfrac{2+5}{2} = 3{,}5$. D'où K(– 0,5 ; 3,5).

L'équation de la médiatrice de [AB] est de la forme $y = mx + p$ car $x_K \neq x_E$;

$m = \dfrac{y_K - y_E}{x_K - x_E} = \dfrac{3{,}5-5}{-0{,}5-(-2)} = \dfrac{-1{,}5}{1{,}5} = -1$; et $p = y_E - mx_E = 5 - (-1)(-2) = 3$;

donc l'équation de la médiatrice de [AB] est $y = -x + 3$.

3. DB = $\sqrt{(x_B - x_D)^2 + (y_B - y_D)^2} = \sqrt{(1-5)^2+(5-3)^2} = \sqrt{(-4)^2+2^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$;

DC = $\sqrt{(x_C - x_D)^2 + (y_C - y_D)^2} = \sqrt{(3-5)^2+(-1-3)^2} = \sqrt{(-2)^2+(-4)^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$;

Donc DB = DC et D est sur la médiatrice de [BC].

4. La médiatrice de [BC] passe par le milieu L de [BC] et par E.

Les coordonnées du milieu de [BC] : $x_L = \dfrac{x_B + x_C}{2} = \dfrac{1+3}{2} = 2$ et $y_L = \dfrac{y_B + y_C}{2} = \dfrac{5-1}{2} = 2$.

D'où L(2 ; 2). L'équation de la médiatrice de [BC] est de la forme $y = mx + p$ car $x_B \neq x_L$;

$m = \dfrac{y_D - y_L}{x_D - x_L} = \dfrac{3-2}{5-2} = \dfrac{1}{3}$; et $p = y_D - mx_D = 3 - \dfrac{1}{3}5 = 3 - \dfrac{5}{3} = \dfrac{9-5}{3} = \dfrac{4}{3}$;

donc l'équation de la médiatrice de [BC] est $y = \dfrac{1}{3}x + \dfrac{4}{3}$.

5. Le point S est le point d'intersection des médiatrices ; donc son abscisse vérifie l'équation

$\dfrac{1}{3}x + \dfrac{4}{3} = -x + 3$ équivaut à $\dfrac{1}{3}x + x = 3 - \dfrac{4}{3}$ équivaut à $\dfrac{4}{3}x = \dfrac{5}{3}$ équivaut à $x = \dfrac{5}{3}\times\dfrac{3}{4} = \dfrac{5}{4}$.

L'ordonnée est $y = -\dfrac{5}{4} + 3 = \dfrac{-5+12}{4} = \dfrac{7}{4}$. Donc S$\left(\dfrac{5}{4} ; \dfrac{7}{4}\right)$.

6. Le rayon du cercle circonscrit est égal à SA = $\sqrt{(x_A - x_S)^2 + (y_A - y_S)^2} = \sqrt{\left(-2-\dfrac{5}{4}\right)^2+\left(2-\dfrac{7}{4}\right)^2} =$

$\sqrt{\left(\dfrac{-8-5}{4}\right)^2+\left(\dfrac{8-7}{4}\right)^2} = \sqrt{\left(\dfrac{-13}{4}\right)^2+\left(\dfrac{1}{4}\right)^2} = \sqrt{\dfrac{169}{16}+\dfrac{1}{16}} = \sqrt{\dfrac{170}{16}} = \dfrac{\sqrt{170}}{4}$.