CORRIGÉ DEVOIR SURVEILLÉ N° 4 SECONDE 502

EXERCICE 1 : 1 ; A l'aide d'un tableau de signes, on résout dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $(2x+1)^2 \geqslant (5x-7)^2$:
On compare à 0 : $(2x+1)^2 - (5x-7)^2 \geqslant 0$;
on factorise à l'aide de l'identité remarquable : $A^2 - B^2 = (A+B)(A-B)$:
$[(2x+1)+(5x-7)][(2x+1)-(5x-7)] \geqslant 0$;
on simplifie : $(7x-6)(-3x+8) \geqslant 0$.
$7x - 6 = 0$ pour $x = \frac{6}{7}$; et $-3x + 8 =$ pour $x = \frac{8}{3}$.
On réalise un tableau de signes :
La solution est $S = [\frac{6}{7} ; \frac{8}{3}]$.

x	$-\infty$		$\frac{6}{7}$		$\frac{8}{3}$		$+\infty$
$7x-6$		$-$	0	$+$		$+$	
$-3x+8$		$+$		$+$	0	$-$	
Produit		$-$	0	$+$	0	$-$	

2. A l'aide d'un tableau de signes, on résout dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $\frac{(2x-3)(-4x+7)}{x+1} \geqslant 0$:
$2x - 3 = 0$ pour $x = \frac{3}{2}$; $-4x + 7 =$ pour $x = \frac{7}{4}$ et
$x + 1 = 0$ pour $x = -1$.
On réalise un tableau de signes :
La solution est $S =]-\infty ; -1[\cup [\frac{3}{2} ; \frac{7}{4}]$.

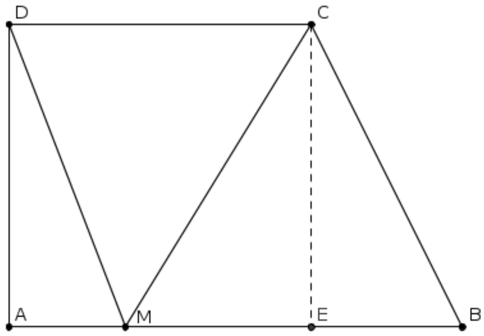
x	$-\infty$		-1		$\frac{3}{2}$		$\frac{7}{4}$		$+\infty$
$2x-3$		$-$		$-$	0	$+$		$+$	
$-4x+7$		$+$		$+$		$+$	0	$-$	
$x+1$		$-$	0	$+$		$+$		$+$	
Quotient		$+$	$\parallel$	$-$	0	$+$	0	$-$	

EXERCICE 2 :
1. Les points A(1 ; 3) et B(– 2; – 1) sont sur la droite (d_1) ; donc le coefficient directeur de cette droite est égal à
$m = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B} = \frac{3-(-1)}{1-(-2)} = \frac{4}{3}$; et $p = y_A - mx_A = 3 - \frac{4}{3}1 = \frac{5}{3}$; donc $f(x) = \frac{4}{3}x + \frac{5}{3}$.
Les points C(– 3 ; 4) et D(3; 1) sont sur la droite (d_2) ; donc le coefficient directeur de cette droite est égal à
$m = \frac{y_D - y_C}{x_D - x_C} = \frac{1-4}{3-(-3)} = \frac{-3}{6} = \frac{-1}{2}$; et $p = y_D - mx_D = 1 - \frac{-1}{2}3 = \frac{2+3}{2} = \frac{5}{2}$; donc $g(x) = \frac{-1}{2}x + \frac{5}{2}$.
2. L'abscisse du point d'intersection des deux droites vérifie l'équation : $f(x) = g(x)$, soit $\frac{4}{3}x + \frac{5}{3} = \frac{-1}{2}x + \frac{5}{2}$;
on multiplie par 6 : $2(4x+5) = 3(-x+5)$ équivaut à $8x + 10 = -3x + 15$ équivaut à $11x = 5$ équivaut à $x = \frac{5}{11}$;
l'ordonnée est $f(\frac{5}{11}) = \frac{4}{3} \times \frac{5}{11} + \frac{5}{3} = \frac{20}{33} + \frac{5}{3} = \frac{20+55}{33} = \frac{75}{33} = \frac{25}{11}$
Les coordonnées du point d'intersection des deux droites sont $(\frac{5}{11} ; \frac{25}{11})$.
3. Le tableau de signes des fonctions f et g :
$f(x) = 0$ pour $x = \frac{-5}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{-5}{4}$ et $g(x) = 0$ pour $x = \frac{-5}{2} \times \frac{2}{-1} = 5$.

x	$-\infty$		$\frac{-5}{4}$		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	

x	$-\infty$		5		$+\infty$
$g(x)$		$+$	0	$-$	

EXERCICE 3 : On considère le trapèze rectangle ABCD ci-contre avec AB = 6, AD = 4 et CD = 4. Le point M est un point du segment [AB]. On pose AM = x.



1. L'aire du triangle AMD est égale à $\frac{AM \times AD}{2} = \frac{4x}{2} = 2x$.

2. L'aire du triangle BCM est égale à $\frac{BM \times AD}{2} = \frac{4(6-x)}{2} = 2(6-x) = 12 - 2x$.

3. a) Les aires des deux triangles AMD et BCM soient égales lorsque $2x = 12 - 2x$ équivaut à $4x = 12$ équivaut à $x = 3$; le point M est alors le milieu de [AB].

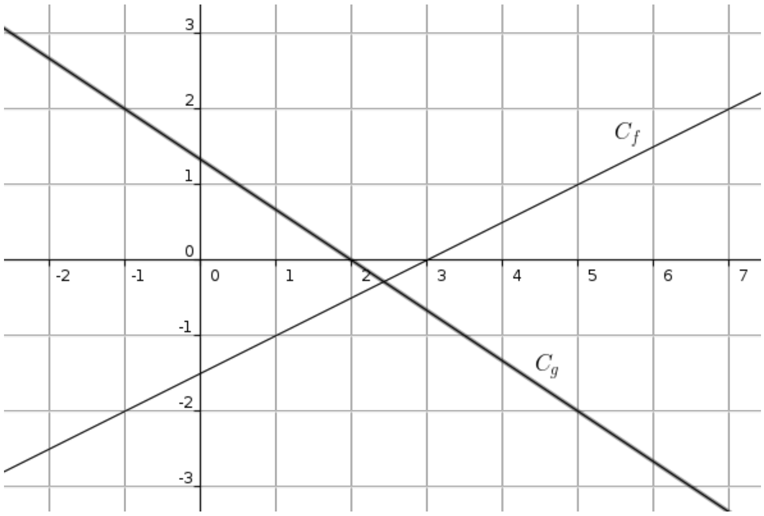
b) L'aire du triangle CDM est égale à $\frac{CD \times AD}{2} = \frac{4 \times 4}{2} = 8$; cette aire est indépendante de la position du point M sur [AB].

4. L'aire du trapèze ABCD est égale à $\frac{(AB+CD) \times AD}{2} = \frac{(6+4) \times 4}{2} = 20$.

L'aire du triangle BCM est égale au quart de celle du trapèze ABCD lorsque $12 - 2x = 20/4 = 5$ équivaut à $-2x = 5 - 12$ équivaut à $-2x = -7$ équivaut à $x = 3{,}5$. Donc AM = 3,5.

EXERCICE 4 :

1. Représentation graphique des fonctions affines f et g définies sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \frac{x-3}{2}$ et $g(x) = \frac{4-2x}{3}$:



2. Le coefficient directeur de la droite représentative de la fonction f est $\frac{1}{2}$, donc positif, donc la fonction f est croissante sur $\mathbb{R}$.
Le coefficient directeur de la droite représentative de la fonction g est $\frac{-2}{3}$, donc négatif, donc la fonction g est décroissante sur $\mathbb{R}$.

3. L'équation $f(x) = g(x)$ équivaut à $\frac{x-3}{2} = \frac{4-2x}{3}$ équivaut à $3(x-3) = 2(4-2x)$ équivaut à $3x - 9 = 8 - 4x$ équivaut à $7x = 17$ équivaut à $x = \frac{17}{7}$.

4. Les coordonnées du point d'intersection des deux droites représentatives des fonctions f et g sont $\frac{17}{7}$ et

$f(\frac{17}{7}) = \frac{\frac{17}{7}-3}{2} = \frac{\frac{17-21}{7}}{2} = \frac{\frac{-4}{7}}{2} = \frac{-4}{7} \times \frac{1}{2} = \frac{-2}{7}$. Point d'intersection : $(\frac{17}{7} ; \frac{-2}{7})$.

5. L'inéquation $f(x) \leqslant g(x)$ équivaut à $\frac{x-3}{2} \leqslant \frac{4-2x}{3}$ équivaut à $3(x-3) \leqslant 2(4-2x)$ équivaut à $3x - 9 \leqslant 8 - 4x$ équivaut à $7x \leqslant 17$ équivaut à $x \leqslant \frac{17}{7}$. Donc S = $]-\infty ; \frac{17}{7}]$.

On retrouve ce résultat graphiquement et à l'aide de la question 3.