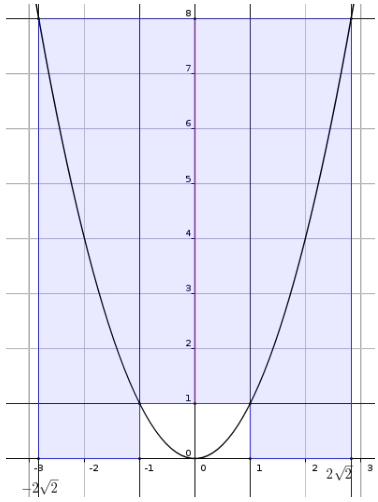
CORRIGÉ DEVOIR SURVEILLÉ N° 5 SECONDE 502



EXERCICE 1 :

1. Résolution graphique de l'inéquation $1 \leqslant x^2 \leqslant 8$: Les antécédents de 1 sont 1 et – 1 et les antécédents de 8 sont $-\sqrt{8} = -2\sqrt{2}$ et $\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$.
$S = [-2\sqrt{2}\ ;\ -1] \cup [1\ ;\ 2\sqrt{2}]$.

2. Si $1 \leqslant x \leqslant 2$, on élève au carré : $1 \leqslant x^2 \leqslant 4$,
on multiplie par 2 : $2 \leqslant 2x^2 \leqslant 8$,
on soustrait 1 : $1 \leqslant 2x^2 - 1 \leqslant 7$.

EXERCICE 2 : On considère le polynôme du second degré f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2x^2 - 8x + 6$.

1. L'abscisse du sommet de la parabole est $x_S = \dfrac{-b}{2a} = \dfrac{8}{2\times 2} = 2$ et l'ordonnée est $y_S = f(x_S) = f(2) = 2\times 2^2 - 8\times 2 + 6 = -2$; donc S(2 ; – 2).

2. On a $f(5) = 2\times 5^2 - 8\times 5 + 6 = 50 - 40 + 6 = 16$ 15 donc le point A(5 ; 15) n'est pas sur la parabole.

3. Le tableau de variations de la fonction f :

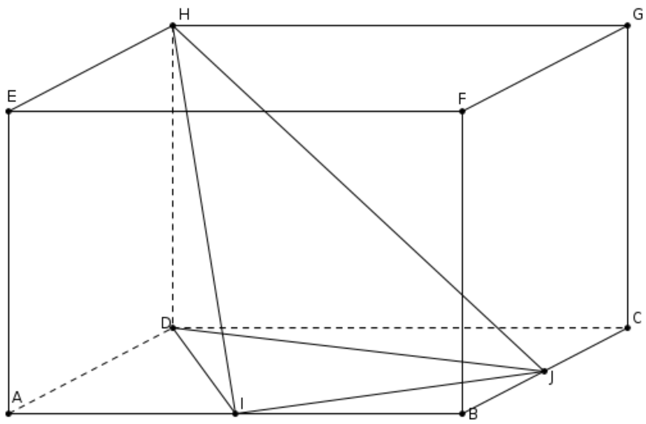
x	$-\infty$		2		$+\infty$
$f(x)$		↘	-2	↗	

4. La forme canonique de la fonction f est $f(x) = 2(x-2)^2 - 2$.

5. L'équation $f(x) = 0$ équivaut à $2(x-2)^2 - 2 = 0$ équivaut à $2(x-2)^2 = 2$ équivaut à $(x-2)^2 = 1$ équivaut à $(x-2)^2 - 1 = 0$ équivaut à $(x-2-1)(x-2+1) = 0$ équivaut à $(x-3)(x-1) = 0$. Un produit de facteurs est nul si l'un des facteurs est nul : $x - 3 = 0$ donne $x = 3$ et $x - 1 = 0$ donne $x = 1$.
Solution : S = {1 ; 3}.

6. L'inéquation $f(x) \leqslant 7$ équivaut à $2(x-2)^2 - 2 \leqslant 7$ équivaut à $2(x-2)^2 \leqslant 9$ équivaut à $(x-2)^2 \leqslant 4{,}5$ équivaut à $(x-2)^2 - 4{,}5 \leqslant 0$ équivaut à $(x - 2 - \sqrt{4{,}5})(x - 2 + \sqrt{4{,}5}) \leqslant 0$.
A l'aide d'un tableau de signes, on trouve $S = [2 - \sqrt{4{,}5}\ ;\ 2 + \sqrt{4{,}5}]$.

EXERCICE 3 : ABCDEFGH est un pavé droit de base ABCD tel que AB = 6 cm, AD = 5 cm et AE = 4 cm.



1. Le triangle ABC est rectangle en B, donc d'après le théorème de Pythagore :
$AC^2 = AB^2 + BC^2 = 6^2 + 5^2 = 36 + 25 = 61$,
donc $AC = \sqrt{61}$.
Le triangle ACG est rectangle en C, donc d'après le théorème de Pythagore :
$AG^2 = AC^2 + GC^2 = 61 + 4^2 = 61 + 16 = 77$,
donc $AG = \sqrt{77}$.

2. Le point I est le milieu de l'arête [AB] et J est le milieu de l'arête [BC].
a) L'aire du triangle DIJ = aire(ABCD) – aire(ADI) – aire(CDJ) – aire(BIJ) =
$6\times 5 - \dfrac{5\times 3}{2} - \dfrac{6\times 2{,}5}{2} - \dfrac{3\times 2{,}5}{2} = 30 - 7{,}5 - 7{,}5 - 3{,}75 = 11{,}25\ \text{cm}^2$.
b) Le volume du tétraèdre DIJH est égal à $\dfrac{\text{aire}(\text{DIJ})\times \text{DH}}{3} = \dfrac{11{,}25\times 4}{3} = 15\ \text{cm}^3$.

EXERCICE 4 : La figure ci-dessous est un prisme droit ABCDEF de base ABC.
M est un point de l'arête [AD], N est un point de l'arête [EB] et P est un point de l'arête [EF].
1. Position relative des droites et plans suivants :
(AC) et (DEF) sont parallèles ; (AB) et (CF) sont non coplanaires ; (ABE) et (CDF) sont sécants suivant la droite (AD) ; (DN) et (AB) sont sécantes ; (AC) et (DF) sont parallèles.
2. Les droites (MN) et (AB) sont sécantes car elles sont dans le même plan (ABE) et elles ne sont pas parallèles.
3. Construction du point I intersection de la droite (MN) et du plan (ABC), du point J intersection de la droite (PN) et du plan (ABC).
4. La droite (*d*) intersection des plans (ABC) et (MNP) passe par les points I et J, donc la droite (*d*) est la droite (IJ).
5. Les plans (ABC) et (DEF) sont parallèles, donc tout plan sécant à ces deux plans les coupent suivant deux droites parallèles. Comme les plans (MNP) et (ABC) sont sécants suivant (*d*), les plans (MNP) et (DEF) sont sécants suivant une droite parallèle à (*d*). Cette droite passe par P.

BONUS : Construction de la section du prisme et du plan (MNP) : La droite (MN) coupe la droite (DE) en R ; la droite (RP) coupe la droite (DF) en S. La section est le quadrilatère MNPS.