

On considère un rectangle ABCD tel que AB = 6 cm et BC = 8 cm ; M est un point du segment [AB] et N est le point du segment [BC] tel que AM = BN.

1. La figure en prenant AM = 3 cm :

Dans la suite de l'exercice, on pose AM = x.

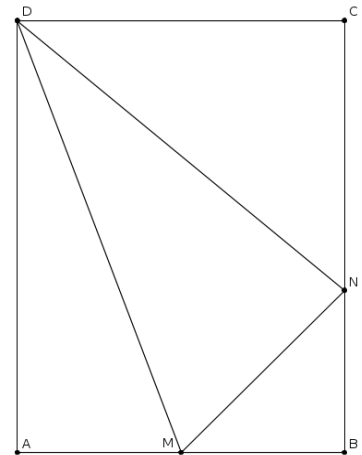
2. Comme M est sur le segment [AB] tel que AB = 6, alors $x \in [0 ; 6]$.

On veut étudier l'aire du triangle DMN lorsque M décrit le segment [AB].

3. L'aire du triangle AMD rectangle en A est égale à $\frac{AM \times AD}{2} = \frac{x \times 8}{2} = 4x$.

L'aire du triangle BMN rectangle en B est égale à

$$\frac{BM \times BN}{2} = \frac{(6-x) \times x}{2} = \frac{6x - x^2}{2} = 3x - \frac{x^2}{2}.$$



L'aire du triangle CDN rectangle en C est égale à $\frac{CD \times CN}{2} = \frac{6 \times (8-x)}{2} = 3(8-x) = 24 - 3x$.

4. L'aire $S(x)$ du triangle DMN est égale à $\text{aire}(ABCD) - \text{aire}(AMD) - \text{aire}(BMN) - \text{aire}(CDN) =$

$$8 \times 6 - 4x - \left(3x - \frac{x^2}{2}\right) - (24 - 3x) = \frac{x^2}{2} - 4x + 24.$$

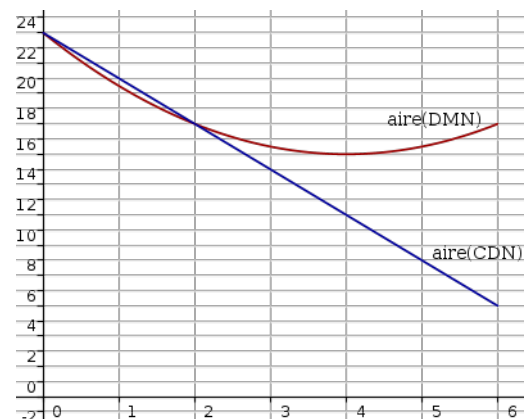
5. Tableau de valeurs :

x	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5	5,5	6
S(x)	24	22,125	20,5	19,125	18	17,125	16,5	16,125	16	16,125	16,5	17,125	18

La courbe représentative de la fonction S :

6. Le tableau de variations de cette fonction :

x	0	4	6
S(x)	24	16	18



7. a) Le maximum de la fonction S est 24 atteint en $x = 0$.

b) Le minimum de la fonction S est 16 atteint en $x = 4$.

8. L'aire du triangle DMN est inférieure ou égale à $16,5 \text{ cm}^2$ lorsque $x \in [3 ; 5]$.

9. Tracé sur le même graphique de la courbe représentant l'aire du triangle CDN (c'est une droite puisque la fonction $x \rightarrow 24 - 3x$ est une fonction affine).

10. Pour déterminer graphiquement les valeurs de x pour lesquelles l'aire du triangle DMN et celle du triangle CDN sont égales, on trouve l'abscisse des points d'intersection des deux courbes : $x = 0$ et $x = 2$.