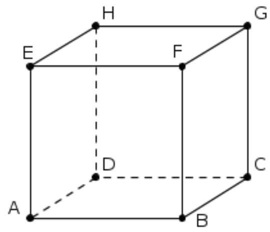
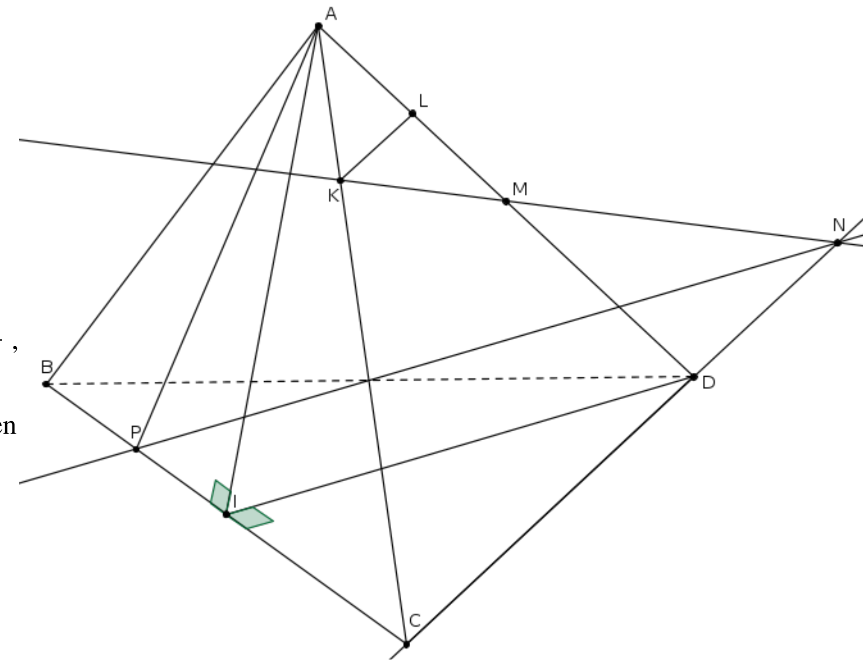
CORRIGÉ DEVOIR MAISON N° 5 SECONDE



EXERCICE 1 : On considère le cube ABCDEFGH ci-contre.
Les faces du cube sont des carrés de même dimensions, donc les diagonales des faces du cube ont toutes la même longueur ; les arêtes du tétraèdre ACFH sont des diagonales de faces du cube ; donc le tétraèdre ACFH est régulier, c'est-à-dire que toutes ses faces sont des triangles équilatéraux.

EXERCICE 2 : On considère le tétraèdre ABCD régulier ci-dessous ; le point K est sur l'arête [AC] tel que AK = $\frac{1}{4}$ AC; le point L est sur l'arête [AD] tel que AL = $\frac{1}{4}$ AD et M est le milieu de [AD].

1. La figure complétée :



2. On sait que les droites (KL) et (CD) sont coplanaires, dans le plan (ACD) ; de plus, $\frac{AK}{AC} = \frac{1}{4}$ et $\frac{AL}{AD} = \frac{1}{4}$; donc d'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (KL) et (CD) sont parallèles.

3. On sait que $\frac{AK}{AC} = \frac{1}{4}$ et $\frac{AM}{AD} = \frac{1}{2}$, donc les droites (KM) et (CD) ne sont pas parallèles, elles sont donc sécantes en un point N.

4. Soit I le milieu de l'arête [BC]. Le triangle BCD est un triangle équilatéral puisque le tétraèdre est régulier, donc la médiane (DI) est aussi une hauteur du triangle, donc (DI) est perpendiculaire à (BC).

5. La perpendiculaire à (BC) passant par N coupe (BC) en P. Pour obtenir le point P, on trace une parallèle à la droite (DI) passant par N qui coupe (BC) en P ; en effet, les droites (DI) et (PN) sont perpendiculaires à (BC) dans le même plan (BCD), donc elles sont parallèles.

6. Pour cette question, on suppose que AB = 8 cm. D'après la question 2, $\frac{KL}{CD} = \frac{1}{4}$, donc KL = $\frac{1}{4}$ CD = 2 ; DM = $\frac{1}{2}$ CD = 4 et ML = $\frac{1}{2}$ MA = 2 ; les triangles KLM et DMN forme une configuration de Thalès, puisque les droites (KL) et (DN) = (CD) sont parallèles. Ainsi, $\frac{MD}{ML} = \frac{MN}{MK} = \frac{DN}{KL}$; d'où DN = $\frac{MD \times KL}{ML} = \frac{4 \times 2}{2} = 4$.

Dans le triangle CNP, D est sur (CN) et I est sur (CP), et (DI) est parallèle à (CP), donc d'après le théorème de Thalès, $\frac{CP}{CI} = \frac{CN}{CD} = \frac{PN}{DI}$; d'où CP = $\frac{CN \times CI}{CD} = \frac{(CD+DN) \times CI}{CD} = \frac{(8+4) \times 4}{8} = 6$.

Dans le triangle ABC équilatéral, la médiane (AI) est aussi une hauteur ; donc le triangle AIC est rectangle en I, donc $AI^2 = AC^2 + CI^2 = 8^2 + 4^2 = 32 + 16 = 48$; d'où AI = $\sqrt{48} = 4\sqrt{3}$. De plus PI = CP – CI = 6 – 4 = 2.

Dans le triangle AIP rectangle en I, d'après le théorème de Pythagore,
$AP^2 = AI^2 + PI^2 = 48 + 4 = 52$, donc AP = $\sqrt{52} = 2\sqrt{13}$.