CORRIGÉ DEVOIR MAISON N° 2 SECONDE

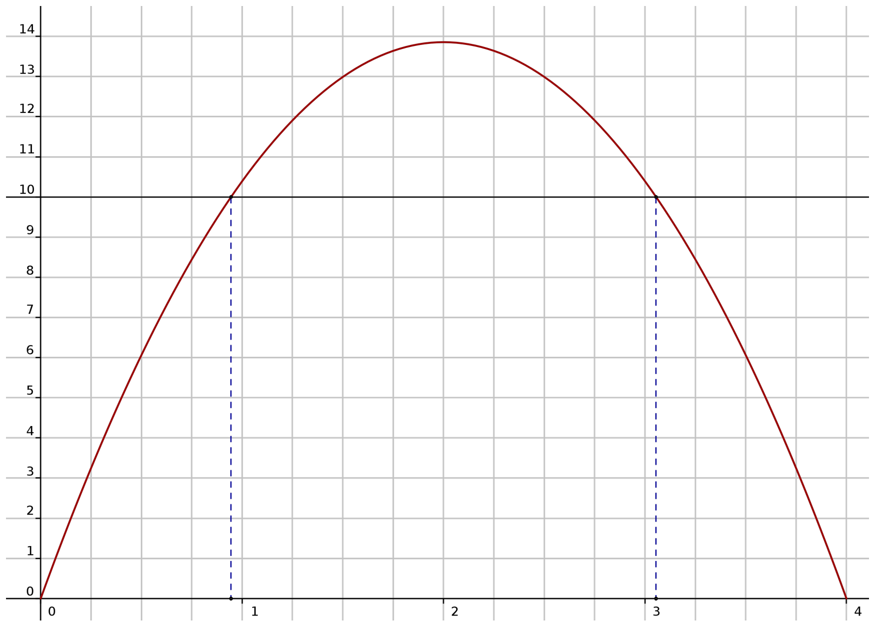
1. On considère un triangle équilatéral ABC de côté 8 cm et I le milieu de [AB]. Le triangle ACI est rectangle en I, puisque la médiane (CI) est aussi hauteur ; on applique le théorème de Pythagore :
$CI^2 = AC^2 - AI^2 = 8^2 - 4^2 = 64 - 16 = 48$, donc $CI = \sqrt{48} = 4\sqrt{3} = 6{,}93$ cm.

2. On considère le point M quelconque sur le segment [AI] et le point N symétrique de M par rapport à I.
On construit alors le rectangle MNPQ tel que le point P est sur [BC] et Q est sur [AC]. Faire une figure.

3. a) On pose AM = x. L'intervalle dans lequel varie x est [0 ; 4] puisque M est sur [AI] de longueur 4 cm.
b) Le symétrique de [AM] par la symétrie de centre I et [BN], donc BN = AM = x.
c) Ainsi MN = AB – AM – BN = $8 - 2x$.
Dans le triangle AIC, (MQ) et parallèle à (CI) ; on applique le théorème de Thalès : $\dfrac{BN}{BI} = \dfrac{BP}{BC} = \dfrac{PN}{CI}$,
d'où $PN = \dfrac{BN \times CI}{BI} = \dfrac{x \times 4\sqrt{3}}{4} = x\sqrt{3}$.
d) L'aire du rectangle MNPQ est $f(x) = MNNP = (8-2x)x\sqrt{3} = (8x - 2x^2)\sqrt{3}$.
L'ensemble de définition de cette fonction f est l'intervalle [0 ; 4].
e) Le tableau de valeurs :

x	0	0,25	0,5	0,75	1	1,25	1,5	1,75	2	2,25	2,5	2,75	3	3,25	3,5	3,75	4
$f(x)$	0	3,248	6,062	8,444	10,39	11,91	12,99	13,64	13,86	13,64	12,99	11,91	10,39	8,444	6,062	3,248	0

f) La représentation graphique de la fonction f :



g) Le tableau de variations de la fonction f :

x	0		2		4
$f(x)$	0	↗	13,86	↘	0

La fonction f admet un maximum égal à
$8\sqrt{3} \simeq 13{,}86$ atteint en $x = 2$ et un minimum égal à 0 atteint en $x = 0$ et $x = 4$.

h) Les valeurs de x pour lesquelles l'aire est supérieure ou égale à 10 cm² sont dans l'intervalle [0,95 ; 3,05] (lecture graphique).

4. a) Le périmètre $p(x)$ du rectangle MNPQ est égal à $2MN + 2PN = 2(8-2x) + 2x\sqrt{3} = (2\sqrt{3} - 4)x + 16$; c'est une fonction affine.

b) Cette fonction p est décroissante sur [0 ; 4] ; son maximum est égal à 16 atteint
en $x = 0$ et son minimum est égal à $8\sqrt{3} \simeq 13{,}86$ atteint en $x = 4$.