

EXERCICE 1 : Dans le repère orthonormé (O ; I, J), on considère les points A(5 ; 1) et B(-1 ; 4).

Le point C est sur l'axe des abscisses, donc son ordonnée est égale à 0 ; il est sur la médiatrice de [AB],

donc $CA = CB$, donc $CA^2 = CB^2$,

d'où $(x_A - x_C)^2 + (y_A - y_C)^2 = (x_B - x_C)^2 + (y_B - y_C)^2$,

soit $(5 - x_C)^2 + (1 - 0)^2 = (-1 - x_C)^2 + (4 - 0)^2$;

on développe : $25 - 10x_C + x_C^2 + 1 = 1 + 2x_C + x_C^2 + 16$;

on simplifie : $9 - 12x_C = 0$; on résout : $x_C = \frac{9}{12} = 0,75$.

Ainsi C(0,75 ; 0).

Le point D est sur l'axe des ordonnées, donc son abscisse est égale à 0 ; il est sur la médiatrice de [AB],

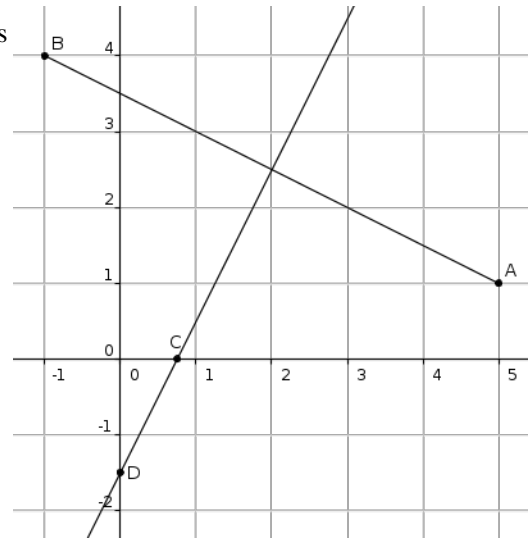
donc $DA = DB$, donc $DA^2 = DB^2$,

d'où $(x_A - x_D)^2 + (y_A - y_D)^2 = (x_B - x_D)^2 + (y_B - y_D)^2$,

soit $(5 - 0)^2 + (1 - y_D)^2 = (-1 - 0)^2 + (4 - y_D)^2$;

on développe : $25 + 1 - 2y_D + y_D^2 = 1 + 16 - 8y_D + y_D^2$;

on simplifie : $9 + 6y_D = 0$; on résout : $y_D = \frac{-9}{6} = -1,5$. Ainsi D(0 ; -1,5).



EXERCICE 2 : On considère le triangle ABC ci-dessous.

1. Dans le repère (A ; B, C), construction du point D(-1 ; 1,5).

2. Coordonnées des points A(0 ; 0), B(1 ; 0), C(0 ; 1). Le quadrilatère ABCD est quelconque ; en effet, le milieu de la diagonale [AC] a pour coordonnées (0 ; 0,5), et le milieu de la diagonale [BD] a pour coordonnées (0 ; 0,75). Le quadrilatère a des diagonales qui ne se coupent pas en leur milieu.

3. Construction des points I, J, K et L milieux respectifs des segments [AB], [BC], [CD] et [DA] :

4. Les coordonnées de I, J, K et L :

$$x_I = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{0+1}{2} = \frac{1}{2} \quad \text{et} \quad y_I = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{0+0}{2} = 0 ;$$

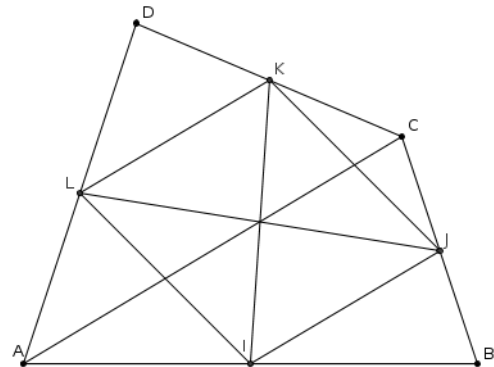
donc I($\frac{1}{2}$; 0).

$$x_J = \frac{x_B + x_C}{2} = \frac{1+0}{2} = \frac{1}{2} \quad \text{et} \quad y_J = \frac{y_B + y_C}{2} = \frac{0+1}{2} = \frac{1}{2} ;$$

donc J($\frac{1}{2}$; $\frac{1}{2}$).

$$x_K = \frac{x_C + x_D}{2} = \frac{0-1}{2} = \frac{-1}{2} \quad \text{et} \quad y_K = \frac{y_C + y_D}{2} = \frac{1+1,5}{2} = \frac{5}{4} ; \text{donc } K(\frac{-1}{2} ; \frac{5}{4}).$$

$$x_L = \frac{x_A + x_D}{2} = \frac{0-1}{2} = \frac{-1}{2} \quad \text{et} \quad y_L = \frac{y_A + y_D}{2} = \frac{0+1,5}{2} = \frac{3}{4} ; \text{donc } L(\frac{-1}{2} ; \frac{3}{4}).$$



5. Pour montrer que IJKL est un parallélogramme, on montre que les diagonales se coupent en leur milieu :

Soit M le milieu de [IK] : $x_M = \frac{x_I + x_K}{2} = \frac{0,5 - 0,5}{2} = 0$ et $y_M = \frac{y_I + y_K}{2} = \frac{0 + 1,25}{2} = \frac{5}{8}$; donc M(0 ; $\frac{5}{8}$).

Soit N le milieu de [JL] : $x_N = \frac{x_J + x_L}{2} = \frac{0,5 - 0,5}{2} = 0$ et $y_N = \frac{y_J + y_L}{2} = \frac{0,5 + 0,75}{2} = \frac{5}{8}$; donc N(0 ; $\frac{5}{8}$).

Ainsi, M = N et les diagonales ont bien le même milieu, donc IJKL est un parallélogramme.