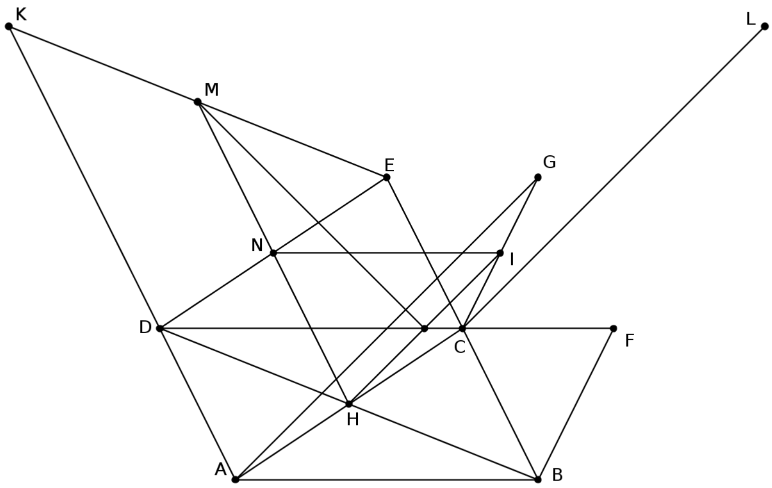
CORRIGÉ DEVOIR MAISON N° 7 SECONDE

On considère le triangle ABC ci-dessous.

1. Construction des points D, E, F, G, H, K définis par $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$, $\overrightarrow{CF} = -0{,}5\,\overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{CE} = \overrightarrow{BC}$, CFGE est un parallélogramme, $\overrightarrow{AK} = 3\,\overrightarrow{BC}$.

2. Construction des points H, I et M tels que H est le milieu de [BD], I est le milieu de [CG], M est le milieu de [EK].



3. Les coordonnées de tous les points de la figure dans le repère (A; $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$) :
A(0 ; 0), B(1 ; 0), C(0 ; 1) ;

$\overrightarrow{AB}$ (1 ; 0), donc $\overrightarrow{DC}$ (1 ; 0),
donc $x_C - x_D = 1$, d'où $x_D = -1$; et $y_C - y_D = 0$, d'où $y_D = 1$; D(– 1 ; 1).

$\overrightarrow{CF} = -0{,}5\,\overrightarrow{CD} = -0{,}5(-1-0\,;\,1-1) = (0{,}5\,;\,0)$, d'où $x_F = 0{,}5$; et $y_F - y_C = 0$, d'où $y_F = 1$; F(0,5 ; 1).

$\overrightarrow{CE} = \overrightarrow{BC}$ (– 1 ; 1), donc $x_E - x_C = -1$, d'où $x_E = -1$; et $y_E - y_C = 1$, d'où $y_E = 2$; E(– 1 ; 2).

CFGE est un parallélogramme, donc $\overrightarrow{EG} = \overrightarrow{CF}$ (0,5 ; 0),
donc $x_G - x_E = 0{,}5$, d'où $x_G = -0{,}5$; et $y_G - y_E = 0$, d'où $y_G = 2$; G(– 0,5 ; 2).

$\overrightarrow{AK} = 3\,\overrightarrow{BC}$ (– 3, 3), donc $x_K - x_A = -3$, d'où $x_K = -3$; et $y_K - y_A = 3$, d'où $y_K = 3$; K(– 3 ; 3).

H est le milieu de [BD], donc $x_H = \dfrac{x_B+x_D}{2} = \dfrac{1-1}{2} = 0$ et $y_H = \dfrac{y_B+y_D}{2} = \dfrac{0+1}{2} = 0{,}5$; H(0 ; 0,5).

I est le milieu de [CG], donc $x_I = \dfrac{x_C+x_G}{2} = \dfrac{0-0{,}5}{2} = -0{,}25$ et $y_I = \dfrac{y_C+y_G}{2} = \dfrac{1+2}{2} = 1{,}5$; I(– 0,25 ; 1,5).

M est le milieu de [EK], donc $x_M = \dfrac{x_E+x_K}{2} = \dfrac{-1-3}{2} = -2$ et $y_M = \dfrac{y_E+y_K}{2} = \dfrac{2+3}{2} = 2{,}5$; M(– 2 ; 2,5).

4. Les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{BF}$ (– 0,5 ; 1) et $\overrightarrow{DE}$ (0 ; 1).

5. a) On a $\overrightarrow{BF} + \overrightarrow{DE}$ (– 0,5 ; 2) ; et $\overrightarrow{HI}$ (– 0,25 – 0 ; 1,5 – 0,5), d'où $\overrightarrow{HI}$ (– 0,25 ; 1), donc $2\,\overrightarrow{HI}$ (– 0,5 ; 2) ;
$\overrightarrow{AG}$ (– 0,5 ; 2). Ainsi $\overrightarrow{BF} + \overrightarrow{DE} = 2\,\overrightarrow{HI} = \overrightarrow{AG}$.

b) Comme $2\,\overrightarrow{HI} = \overrightarrow{AG}$, les vecteurs $\overrightarrow{HI}$ et $\overrightarrow{AG}$ sont colinéaires et les droites (HI) et (AG) sont parallèles.

6. $\overrightarrow{BC}$ (– 1 ; 1) et $\overrightarrow{HM}$ (– 2 – 0 ; 2,5 – 0,5), soit $\overrightarrow{HM}$ (– 2 ; 2), donc $\overrightarrow{HM} = 2\,\overrightarrow{BC}$;
donc les vecteurs $\overrightarrow{HM}$ et $\overrightarrow{BC}$ sont colinéaires et les droites (HM) et (BC) sont parallèles.

7. a) Construction du point L tel que $\overrightarrow{CL} = \overrightarrow{BF} + \overrightarrow{DE}$.
$\overrightarrow{CL}$ (– 0,5 ; 2), donc $x_L - x_C = -0{,}5$, d'où $x_L = -0{,}5$; et $y_L - y_C = 2$, d'où $y_L = 3$; L(– 0,5 ; 3).

b) $\overrightarrow{AI}$ (– 0,25 ; 1,5) et $\overrightarrow{AL}$ (– 0,5 ; 3), donc $\overrightarrow{AL} = 2\,\overrightarrow{AI}$;
donc les vecteurs $\overrightarrow{AL}$ et $\overrightarrow{AI}$ sont colinéaires et les points A, I et L sont alignés.