CORRIGÉ DEVOIR SURVEILLÉ N° 4 SECONDE 503

EXERCICE 1 : Voici les notes sur 5, obtenues par deux classes de seconde :

Notes	seconde A	seconde B
0	0	1
1	2	8
2	14	10
3	11	13
4	4	3
5	2	1

1. L'effectif total de chaque classe est la somme des effectifs :
classe A : 33 et classe B : 36.
2. La moyenne de chaque classe : classe A : $\bar{x} \simeq 2{,}7$; classe B : $\bar{x} \simeq 2{,}33$.
3. La médiane et les quartiles de chaque classe :
Classe A : Me = 3 ; $Q_1 = 2$; $Q_3 = 3$;
Classe B : Me = 2 ; $Q_1 = 1$; $Q_3 = 3$.
4. La moyenne de l'ensemble des élèves des deux classes =
$\dfrac{0\times1+1\times10+2\times24+3\times24+4\times7+5\times3}{33+36} \simeq 2{,}507$.

EXERCICE 2 :

1. Représentation graphique des fonctions affines f et g définies sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \dfrac{1}{2}x + 1$ et $g(x) = -2x + 4$.

2. Les variations des fonctions f et g sur $\mathbb{R}$ sont données par le coefficient directeur :

Pour f, $a = \dfrac{1}{2} > 0$, donc la fonction est croissante.

Pour g, $a = -1 < 0$, donc la fonction est décroissante.

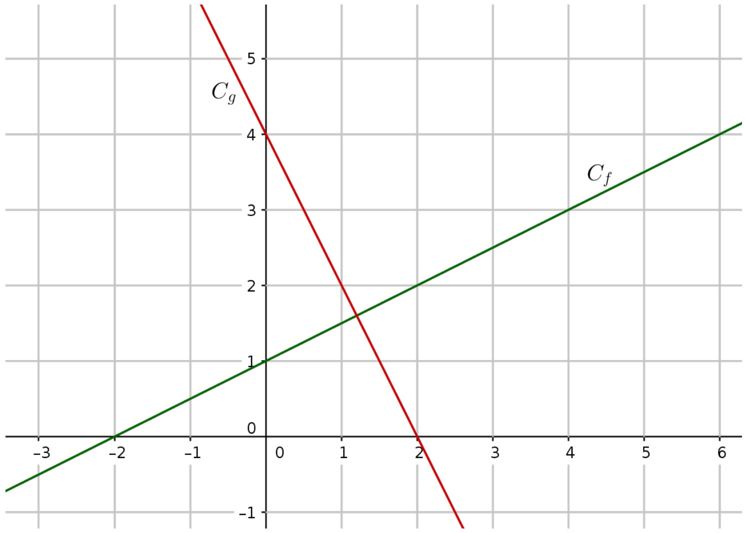
3. Le tableau de signes des fonctions f et g :

$f(x) = 0$ pour $\dfrac{1}{2}x + 1 = 0$, soit $\dfrac{1}{2}x = -1$, soit $x = -2$

x	$-\infty$		-2		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	

et $g(x) = 0$ pour $-2x + 4 = 0$, soit $2x = 4$, soit $x = 2$.

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$g(x)$		$+$	0	$-$	



4. Résolution des inéquations : $f(x) \leqslant 0$ équivaut à $\dfrac{1}{2}x + 1 \leqslant 0$ équivaut à $\dfrac{1}{2}x \leqslant -1$ équivaut à $x \leqslant -2$.

et $g(x) > 0$ équivaut à $-2x + 4 > 0$ équivaut à $-2x > -4$ équivaut à $x < 2$.

5. L'équation $f(x) = g(x)$ équivaut à $\dfrac{1}{2}x + 1 = -2x + 4$ équivaut à $\dfrac{1}{2}x + 2x = 4 - 1$ équivaut à $\dfrac{5}{2}x = 3$

équivaut à $x = \dfrac{6}{5}$. La solution de l'équation $f(x) = g(x)$ est S = $\{\dfrac{6}{5}\}$.

6. L'abscisse du point d'intersection des deux droites vérifie l'équation : $f(x) = g(x)$, soit $x = \dfrac{6}{5}$; l'ordonnée est

$f(\dfrac{6}{5}) = \dfrac{1}{2} \times \dfrac{6}{5} + 1 = \dfrac{3}{5} + 1 = \dfrac{8}{5}$. Les coordonnées du point d'intersection des deux droites sont $(\dfrac{6}{5} ; \dfrac{8}{5})$.

EXERCICE 3 : 1. Le signe du produit $(4x - 7)(-2x + 5)$:

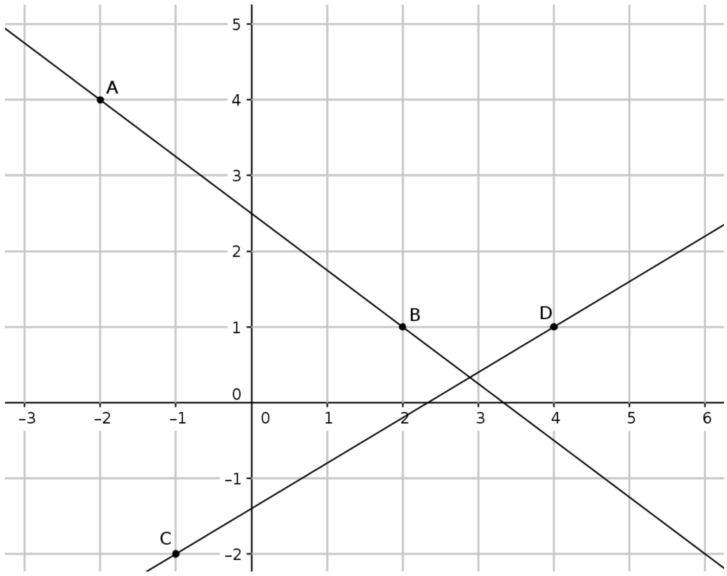
$4x - 7 = 0$ lorsque $x = \dfrac{7}{4}$; $-2x + 5 = 0$ lorsque $x = \dfrac{5}{2}$.

x	$-\infty$		$\dfrac{7}{4}$		$\dfrac{5}{2}$		$+\infty$
Signe de $4x - 7$		$-$	0	$+$		$+$	
Signe de $-2x + 5$		$+$		$+$	0	$-$	
Signe de $(4x - 7)(-2x + 5)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

2. L'inéquation $(x - 1)^2 \geqslant (3x - 6)^2$
équivaut à $(x - 1)^2 - (3x - 6)^2 \geqslant 0$
équivaut à
$[(x - 1) + (3x - 6)][(x - 1) - (3x - 6)] \geqslant 0$ (on utilise l'identité remarquable $A^2 - B^2 = (A - B)(A + B)$)
équivaut à $(4x - 7)(-2x + 5) \geqslant 0$.
b) D'après le tableau de signes,
$(4x - 7)(-2x + 5) \geqslant 0$ lorsque $x \in [\dfrac{7}{4} ; \dfrac{5}{2}]$.

<u>EXERCICE 4 :</u> Sur le graphique ci-contre, les points A, B, C et D sont à coordonnées entières.

1. Les deux fonctions affines f et g dont les représentations graphiques sont respectivement les droites (AB) et (CD) :



Le coefficient directeur de la droite (AB) est

$a = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \dfrac{1-4}{2-(-2)} = \dfrac{-3}{4}$;

l'ordonnée à l'origine est

$b = y_A - ax_A = 4 - \dfrac{-3}{4}(-2) = 4 - 6 = -2$.

Donc $f(x) = \dfrac{-3}{4}x - 2$.

Le coefficient directeur de la droite (CD) est

$a = \dfrac{y_D - y_C}{x_D - x_C} = \dfrac{1-(-2)}{4-(-1)} = \dfrac{3}{5}$;

l'ordonnée à l'origine est

$b = y_D - ax_D = 1 - \dfrac{3}{5}4 = 1 - \dfrac{12}{5} = \dfrac{-7}{5}$.

Donc $g(x) = \dfrac{3}{5}x - \dfrac{7}{5}$.

2. L'abscisse du point d'intersection des deux droites vérifie l'équation :

$f(x) = g(x)$ équivaut à $\dfrac{-3}{4}x - 2 = \dfrac{3}{5}x - \dfrac{7}{5}$ équivaut à $\dfrac{-3}{4}x - \dfrac{3}{5}x = 2 - \dfrac{7}{5}$ équivaut à $\dfrac{-15x-12x}{20} = \dfrac{3}{5}$

équivaut à $\dfrac{-27x}{20} = \dfrac{3}{5}$ équivaut à $x = \dfrac{-20}{27}\times\dfrac{3}{5} = \dfrac{-4}{9}$;

l'ordonnée est $f\left(\dfrac{-4}{9}\right) = \dfrac{-3}{4}\times\dfrac{-4}{9} - 2 = \dfrac{1}{3} - 2 = \dfrac{-5}{3}$.

Les coordonnées du point d'intersection des deux droites sont $\left(\dfrac{-4}{9} ; \dfrac{-5}{3}\right)$.