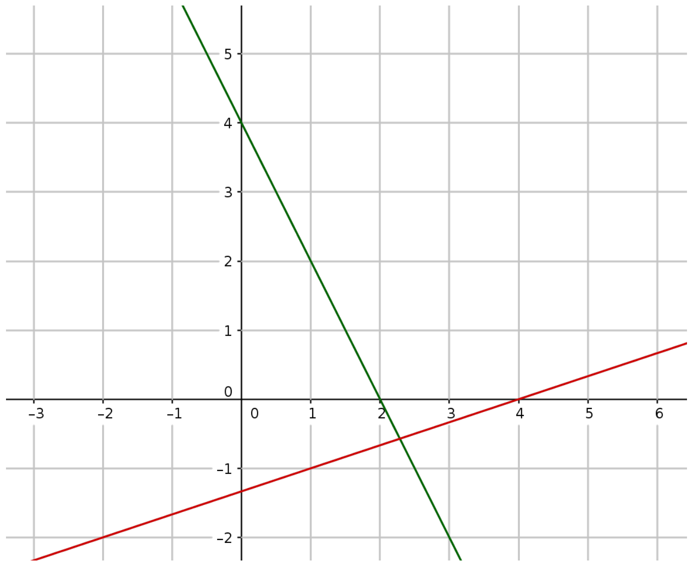
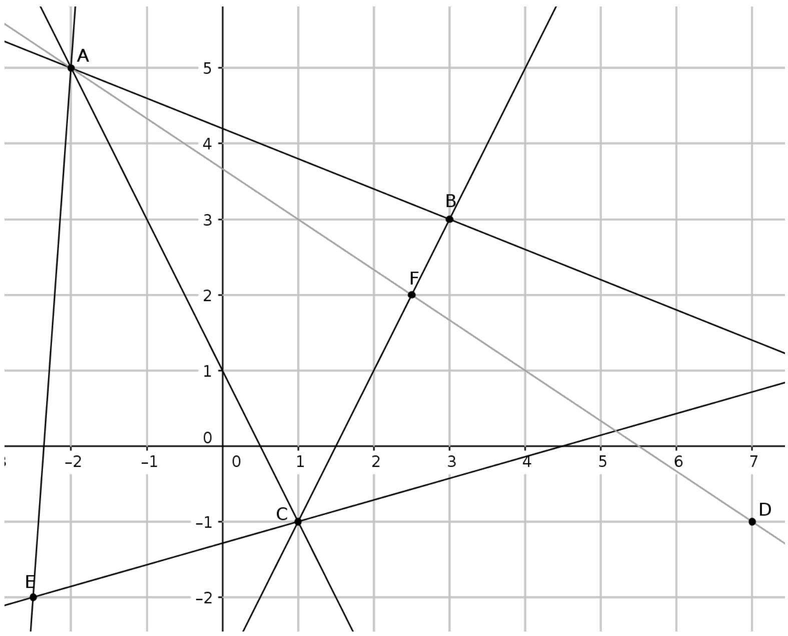
<u>EXERCICE 1 :</u> 1. Tracé des droites représentatives des fonctions f et g définies par $f(x) = -2x + 4$ et $g(x) = \frac{1}{3}x - \frac{4}{3}$.



2. Les coefficients directeurs (-2 et $\frac{1}{3}$) des deux droites sont différents donc ces deux droites sont sécantes.
3. Pour déterminer les coordonnées du point d'intersection des deux droites, on résout l'équation : $f(x) = g(x)$ équivaut à $-2x + 4 = \frac{1}{3}x - \frac{4}{3}$ équivaut à $-2x - \frac{1}{3}x = -4 - \frac{4}{3}$ équivaut à $\frac{-7}{3}x = \frac{-16}{3}$ équivaut à $x = \frac{-16}{3} \times \frac{-3}{7} = \frac{16}{7}$ et l'ordonnée est égale à $f(\frac{16}{7}) = -2\frac{16}{7} + 4 = \frac{-4}{7}$.

Les coordonnées du point d'intersection des deux droites sont ($\frac{16}{7}$; $\frac{-4}{7}$).

<u>EXERCICE 2 :</u> Dans un repère (O; $\vec{i}$, $\vec{j}$) orthonormé du plan, on considère les points A(-2 ; 5), B(3; 3) et C(1; -1).



1. Les coordonnées du point D :
$\overrightarrow{AB}$ (5 ; -2) et $\overrightarrow{AC}$ (3 ; -6) ; d'où
$\overrightarrow{AD} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$ (9 ; -6),
donc $x_D - x_A = 9$, d'où $x_D = x_A + 9 = 7$,
$y_D - y_A = -6$, d'où $y_D = y_A - 6 = -1$;
d'où D(7 ; -1).

2. Les coordonnées du point E :
$\overrightarrow{BC}$ (-2 ; -4) et $\overrightarrow{AB}$ (5 ; -2) ; d'où
$\overrightarrow{BE} = \frac{3}{2}\overrightarrow{BC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ ($\frac{-11}{2}$; -5),
donc $x_E - x_B = -5{,}5$, d'où $x_E = x_B - 5{,}5 = -2{,}5$,
$y_E - y_B = -5$, d'où $y_E = y_B - 5 = -2$;
d'où E($-2{,}5$; -2).

3. Les coordonnées du point F : $\overrightarrow{CB}$ (2 ; 4) ; d'où $\overrightarrow{CF} = \frac{3}{4}\overrightarrow{CB}$ (1,5 ; 3),
donc $x_F - x_C = 1{,}5$, d'où $x_F = x_C + 1{,}5 = 2{,}5$, $y_F - y_C = 3$, d'où $y_F = y_C + 3 = 2$; d'où F(2,5 ; 2).

4. a) Les points D, A et F sont alignés si les vecteurs $\overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{AF}$ sont colinéaires : $\overrightarrow{AD}$ (9 ; -6) et $\overrightarrow{AF}$ (4,5 ; -3).
On remarque que $\overrightarrow{AD} = 2\,\overrightarrow{AF}$, donc les vecteurs sont colinéaires et les points A, D et F sont alignés.

b) $\overrightarrow{AE}$ ($-0{,}5$; -7) et $\overrightarrow{BC}$ (-2 ; -4). On a $(-0{,}5)(-4) - (-7)(-2) = 2 - 14 = -12 \neq 0$, donc les vecteurs $\overrightarrow{AE}$ et $\overrightarrow{BC}$ ne sont pas colinéaires, donc les droites (AE) et (BC) ne sont pas parallèles.

EXERCICE 3 : On considère le triangle ABC ci-dessous.

1. Construction des points D, E, F et G définis par $\overrightarrow{AD} = 2\,\overrightarrow{BA} = -2\,\overrightarrow{AB}$;

$\overrightarrow{BE} = 2\,\overrightarrow{BC} = 2(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC}) = -2\,\overrightarrow{AB} + 2\,\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AB} - 2\,\overrightarrow{AB} + 2\,\overrightarrow{AC} = -\,\overrightarrow{AB} + 2\,\overrightarrow{AC}$;

$\overrightarrow{AG} + \overrightarrow{BG} + \overrightarrow{CG} = \vec{0}$ équivaut à $\overrightarrow{AG} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AG} + \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AG} = \vec{0}$ équivaut à

$3\,\overrightarrow{AG} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{CA} = \vec{0}$ équivaut à $3\,\overrightarrow{AG} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ équivaut à $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}\,\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\,\overrightarrow{AC}$.

On munit le plan du repère (A; $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$).

2. Les coordonnées de A(0 ; 0), B(1 ; 0) et C(0 ; 1).

D(– 2 ; 0) ; E(– 1 ; 2) et G($\frac{1}{3}$; $\frac{1}{3}$).

3. $\overrightarrow{AE}$ (– 1 ; 2) et $\overrightarrow{CG}$ ($\frac{1}{3}$; $\frac{-2}{3}$). On a $(-1)\left(\frac{-2}{3}\right) - 2\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{2}{3} - \frac{2}{3} = 0$; donc les vecteurs $\overrightarrow{AE}$ et $\overrightarrow{CG}$ sont colinéaires, donc les droites (AE) et (CG) sont parallèles.

4. Le point I est le milieu du segment [AC]. On a $x_I = \frac{x_A + x_C}{2} = 0$ et $y_I = \frac{y_A + y_C}{2} = \frac{1}{2}$.

$\overrightarrow{BI}$ (– 1 ; $\frac{1}{2}$) et $\overrightarrow{BG}$ ($\frac{-2}{3}$; $\frac{1}{3}$). On a $\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{-2}{3}\right) - (-1)\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{-1}{3} - \frac{-1}{3} = 0$;

donc les vecteurs $\overrightarrow{BG}$ et $\overrightarrow{BI}$ sont colinéaires, donc les points B, I et G sont alignés.