

EXERCICE 1 (7 points)

On considère un carré ABCD de côté 12 cm ; M est un point du segment [AB]. La perpendiculaire à (AB) passant par M coupe (AC) en N et (DC) en E. La perpendiculaire à (AD) passant par N coupe (AD) en P et (BC) en F.

On pose $AM = x$.

1. Montrer que AMNP et CENF sont des carrés. Préciser leur côté en fonction de x .
2. Donner l'intervalle I dans lequel varie x .
3. Montrer que la somme des aires des deux rectangles DENP et MBFN est égale à $f(x) = -2x^2 + 24x$.
4. Étudier les variations de la fonction f sur l'intervalle I.
5. En déduire la somme des aires maximale et la somme des aires minimale et pour quelles valeurs de x elles sont atteintes.
6. Montrer que $f(x)$ peut s'écrire $-2(x - 6)^2 + 72$.
7. Déterminer les valeurs de x pour lesquelles la somme des aires est égale à 60 cm^2 .

EXERCICE 2 (3 points)

Un code de carte bleue est composée de quatre chiffres (entre 0 et 9).

1. Combien y a-t-il de codes différents ?
2. Joël a oublié son code. Il en tape un au hasard. Quelle est la probabilité que ce soit le bon code ?
3. Joël a oublié son code mais sait qu'il commence par 4 et finit par 2. Quelle est la probabilité qu'il trouve le bon code ?

EXERCICE 3 (5 points)

On place dans une urne trois boules blanches et une boule rouge. On tire une boule au hasard de l'urne. Si elle est rouge, on s'arrête, sinon on tire une deuxième boule.

1. Représenter cette expérience aléatoire par un arbre de probabilités.
 2. Soient A et B les événements : A : « on a tiré une seule boule » ; B : « la deuxième boule tirée est rouge ».
- Calculer la probabilité des événements A, B, \bar{A} , $A \cap B$ et $A \cup B$.

EXERCICE 4 (5 points)

Sur une console de jeu, un joueur engage une partie où il doit affronter en duel l'un des trois monstres Alk, Buk et Cok. Le choix du monstre n'appartient pas au joueur, et il remarque que dans 50 % des cas, il lui faut affronter Alk et qu'il rencontre Buk aussi souvent que Cok. Ces trois monstres sont de forces inégales et la probabilité que le joueur l'emporte contre Alk est de 0,28 ; l'emporte contre Buk est de 0,4 ; l'emporte contre Cok est de 0,2.

On désigne par G l'événement : « le joueur emporte le combat » et par A, B et C les événements « le joueur combat Alk », « le joueur combat Buk », « le joueur combat Cok ».

1. Compléter l'arbre de probabilités ci-contre :
2. Déterminer les probabilités $p(G \cap A)$, $p(G \cap B)$ et $p(G \cap C)$.
4. Déterminer alors la probabilité que le joueur gagne.

