

EXERCICE 1 : A l'aide d'un tableau de signes, résolution des inéquations suivantes :

a) $(5x - 7)^2 \geq (x + 2)^2$ équivaut à $(5x - 7)^2 - (x + 2)^2 \geq 0$ équivaut à $[(5x - 7) - (x + 2)][(5x - 7) + (x + 2)] \geq 0$
(utilisation de l'identité remarquable $A^2 - B^2 = (A - B)(A + B)$) équivaut à $(4x - 9)(6x - 5) \geq 0$;

on réalise un tableau de valeurs :

$$4x - 9 = 0 \text{ équivaut à } x = \frac{9}{4} = 2,25 ;$$

$$6x - 5 = 0 \text{ équivaut à } x = \frac{5}{6} < 2,25 ;$$

$$\text{La solution est } S =] - \infty ; \frac{5}{6}] \cup [\frac{9}{4} ; +\infty [.$$

x	$-\infty$	$\frac{5}{6}$	$\frac{9}{4}$	$+\infty$	
Signe de $4x - 9$	$-$	$-$	0	$+$	
Signe de $6x - 5$	$-$	0	$+$	$+$	
Signe de $(4x - 9)(6x - 5)$	$+$	0	$-$	0	$+$

b) $(2x - 3)(x + 1) \geq (2x - 3)^2$ équivaut à

$(2x - 3)(x + 1) - (2x - 3)^2 \geq 0$ équivaut à $(2x - 3)[(x + 1) - (2x - 3)] \geq 0$ équivaut à $(2x - 3)(-x + 4) \geq 0$;

on réalise un tableau de valeurs :

$$2x - 3 = 0 \text{ équivaut à } x = \frac{3}{2} = 1,5 ;$$

$$-x + 4 = 0 \text{ équivaut à } x = 4 ;$$

$$\text{La solution est } S = [1,5 ; 4].$$

x	$-\infty$	1,5	4	$+\infty$	
Signe de $2x - 3$	-	0	+	+	
Signe de $-x + 4$	+	+	0	-	
Signe de $(4x - 9)(6x - 5)$	-	0	+	0	-

EXERCICE 2 : On considère le trapèze rectangle ABCD tel que $AB = 7$ cm, $AD = 5$ cm et $BC = 3$ cm ;
les angles $\widehat{BAD}$ et $\widehat{ABC}$ sont droits.

1. La figure et le point M sur [AB] :

On pose $AM = x$, donc $BM = 7 - x$.

2. L'aire du triangle AMD est égale à $\frac{AM \times AD}{2} = \frac{5x}{2}$;

l'aire du triangle MBC est égale à $\frac{BM \times BC}{2} = \frac{3(7-x)}{2}$;

les aires des triangles AMD et MBC sont égales si

$$\frac{5x}{2} = \frac{3(7-x)}{2} \text{ équivaut à } 5x = 3(7-x) \text{ équivaut à}$$

$$5x = 21 - 3x \text{ équivaut à } 8x = 21 \text{ équivaut à } x = \frac{21}{8} = 2,625.$$

Les aires des triangles AMD et MBC sont égales lorsque $AM = 2,625$

3. AMD est rectangle en A, donc $MD^2 = AM^2 + AD^2 = x^2 + 5^2 = x^2 + 25$;

BMC est rectangle en B, donc $MC^2 = BM^2 + BC^2 = (7-x)^2 + 3^2 = x^2 - 14x + 49 + 9 = x^2 - 14x + 58$;

les longueurs MC et MD sont égales si $x^2 + 25 = x^2 - 14x + 58$ équivaut à $25 = -14x + 58$ équivaut à

$$14x = 58 - 25 = 33 \text{ équivaut à } x = \frac{33}{14}.$$

