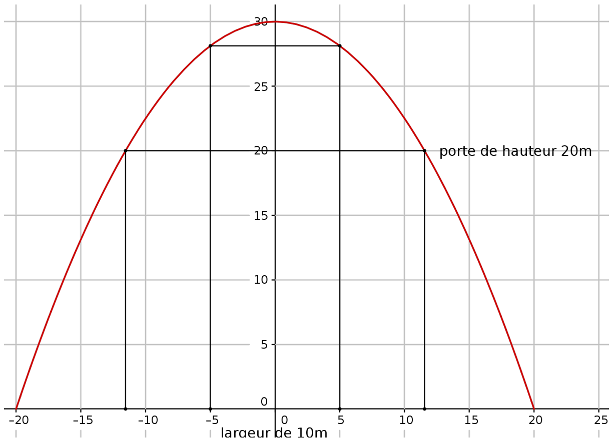
CORRIGÉ DEVOIR MAISON N° 7 SECONDE

EXERCICE 1 :



1. La forme de cet hangar est une parabole. Dans un repère du plan dont l'origine est le milieu de la base du hangar et d'unité 1 m sur les deux axes, la fonction f dont la parabole est la représentation graphique est de la forme $f(x) = ax^2 + bx + c$, avec $f(0) = 30$, donc $c = 30$; et $f(20) = 0$, donc $400a + 20b = 0$.

Le sommet de la parabole est S(0 ; 30), donc la forme canonique de la fonction f est $f(x) = a(x-0)^2 + 30 = ax^2 + 30$; d'où $f(20) = 400a + 30 = 0$, d'où $a = \dfrac{-30}{400} = \dfrac{-3}{40}$. Ainsi $f(x) = \dfrac{-3}{40}x^2 + 30$.

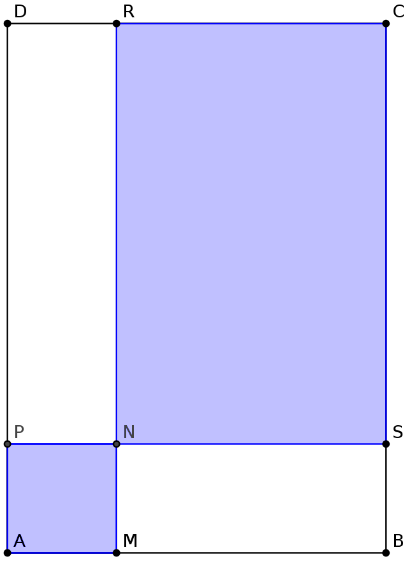
2. La hauteur maximale d'un dirigeable rentrant dans le hangar et ayant une largeur de 10 m : il suffit de calculer $f(5) = \dfrac{-3}{40}\times 5^2 + 30 = \dfrac{-15}{8} + 30 = \dfrac{225}{8} = 28{,}125$ m.

3. La largeur maximale de la porte de ce hangar si la hauteur est de 20 m : on cherche les antécédents de 20 par f :

$f(x) = 20$ équivaut à $\dfrac{-3}{40}x^2 + 30 = 20$ équivaut à $\dfrac{-3}{40}x^2 = -10$ équivaut à $3x^2 = 400$ équivaut à $x^2 = \dfrac{400}{3}$

équivaut à $x = \dfrac{20}{\sqrt{3}}$ ou $x = \dfrac{-20}{\sqrt{3}}$; la largeur de la porte est alors $2\times\dfrac{20}{\sqrt{3}} = \dfrac{40}{\sqrt{3}} \simeq 23{,}1$ m.

EXERCICE 2 : On considère le rectangle ABCD tel que AB = 5 cm et AD = 7 cm. M est un point du segment [AB] et on construit le carré AMNP avec P sur [AD].
La parallèle à (AD) passant par M coupe [CD] en R et la parallèle à (AB) passant par P coupe [BC] en S. On pose AM = x ;



1. La somme des aires de AMNP et CRNS est égale à
$AM^2 + BM\times RN = x^2 + (5-x)(7-x) = 2x^2 - 12x + 35 = f(x)$;
la fonction f est un polynôme du second degré avec $a = 2$, $b = -12$ et $c = 35$.

2. Le sommet de la parabole S a pour coordonnées $\alpha = \dfrac{-b}{2a} = \dfrac{12}{2\times 2} = 3$ et

$\beta = f(3) = 2\times 3^2 - 12\times 3 + 35 = 17$. Donc S(3 ; 17).
Comme AM = x et AB = 5, la fonction est définie sur [0 ; 5].
Comme $a = 2$, la parabole est tournée vers le haut,
d'où le tableau de variations :
$f(0) = 35$ et $f(5) = 25$.

x	0	3	5
$f(x)$	35 ↘	17	↗ 25

3. Ainsi, la somme des aires de AMNP et CRNS est maximale égale à 35 cm² lorsque AM = 0 ;
la somme des aires de AMNP et CRNS est minimale égale à 17 cm² lorsque AM = 3.

4. Cette somme peut être égale à 29,5 cm² ; pour déterminer les valeurs de x correspondantes, on résout l'équation $f(x) = 29{,}5$: la forme canonique de f est $f(x) = 2(x-3)^2 + 17$; l'équation est $2(x-3)^2 + 17 = 29{,}5$ équivaut à $2(x-3)^2 = 12{,}5$ équivaut à $(x-3)^2 = 6{,}25 = 2{,}5^2$ équivaut à $x - 3 = 2{,}5$ ou $x - 3 = -2{,}5$
équivaut à $x = 5{,}5$ ou $x = 0{,}5$. La fonction est définie sur [0 ; 5], donc la solution 5,5 est impossible.
Donc la somme des aires est égale à 29,5 cm² lorsque $x = 0{,}5$.