

EXERCICE 1 : 1. Le patron d'une pyramide régulière ABCDE de base carrée ABCD tel que $AB = 4$ cm.

2. Le volume de cette pyramide est égale au tiers de l'aire de la base fois la hauteur. La hauteur de la pyramide est le segment [EI] où I est le centre de la base ABCD.

ABCD est un carré, donc on calcule AC à l'aide de Pythagore dans le triangle ABC :

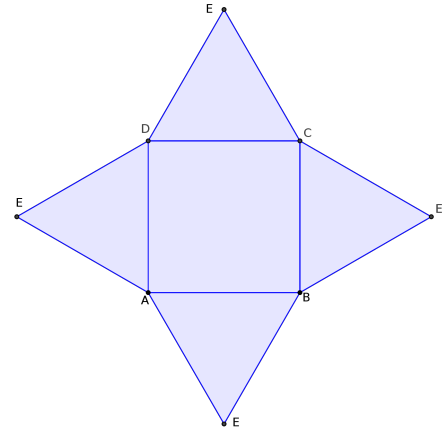
$$AC^2 = AB^2 + BC^2 = 4^2 + 4^2 = 16 + 16 = 32 ; \text{ d'où } AC = \sqrt{32} = 4\sqrt{2},$$

$$\text{et } AI = \frac{AC}{2} = 2\sqrt{2}.$$

Le triangle AIE est rectangle en I, donc

$$EI^2 = AE^2 - AI^2 = 4^2 - (2\sqrt{2})^2 = 16 - 8 = 8 ; \text{ d'où } EI = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}.$$

$$\text{Le volume de ABCDE est donc } \frac{AB^2 \times EI}{3} = \frac{4^2 \times 2\sqrt{2}}{3} = \frac{32\sqrt{2}}{3}.$$



EXERCICE 2 : 1. Sur le cube ABCDEFGH ci-dessous, on place les points I milieu de [AE], J milieu de [AB] et K milieu de [HG].

2. Une droite du plan (IJK) contenue dans le plan (ABF) est la droite (IJ).

3. L'intersection du plan (IJK) avec la droite (EF) est le point P intersection de (IJ) et (EF).

4. L'intersection de (IJK) avec le plan (EFG) est la droite (PK). Soit N le point d'intersection avec la droite (EH).

5. Le point M intersection du plan (IJK) avec la droite (GC) et le point L intersection du plan (IJK) avec la droite (BC).

6. En utilisant le théorème de Thalès dans les triangles AIJ et EIP, on obtient $PE = EI = AI$.

De même dans les triangles EPN et NHK, on obtient $PE = EN = NH = HK$, donc N est le milieu de [EH].

7. Le triangle AIJ est rectangle en A, donc $IJ^2 = AJ^2 + AI^2 = a^2 + a^2 = 2a^2$; d'où $IJ = \sqrt{2a^2} = a\sqrt{2}$.

