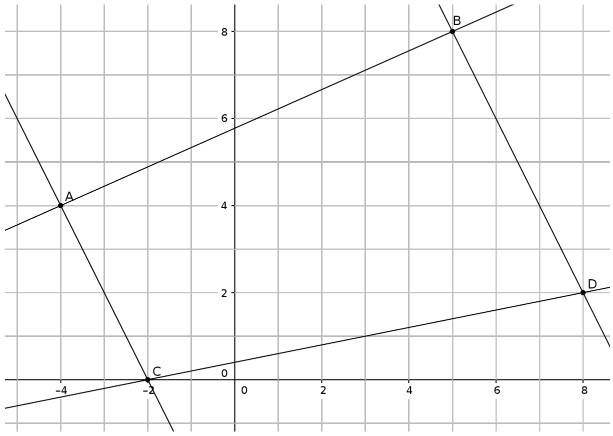
CORRIGÉ DEVOIR SURVEILLÉ N° 4 SECONDE 507

EXERCICE 1 : On considère le repère orthonormé (O ; $\vec{i}$, $\vec{j}$) du plan et les points A(– 4 ; 4), B(5 ; 8), C(– 2 ; 0) et D(8 ; 2).



1. Les points dans le repère :

2. Pour démontrer que les droites (AC) et (BD) sont parallèles, on utilise la colinéarité des vecteurs :

$\overrightarrow{AC}$ ($x_C - x_A$; $y_C - y_A$) = (2 ; – 4) et

$\overrightarrow{BD}$ ($x_D - x_B$; $y_D - y_B$) = (3 ; – 6).

On a 2×(– 6) – 3×(– 4) = – 12 + 12 = 0, donc les vecteurs $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{BD}$ sont colinéaires et les droites (AC) et (BD) sont parallèles.

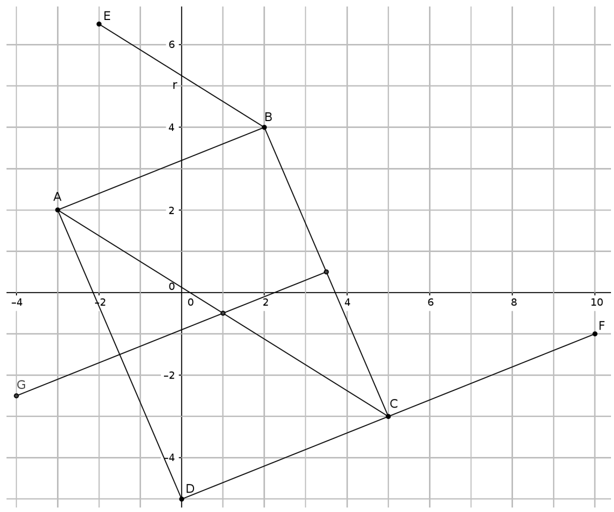
3. $\overrightarrow{AB}$ ($x_B - x_A$; $y_B - y_A$) = (9 ; 4) et

$\overrightarrow{CD}$ ($x_D - x_C$; $y_D - y_C$) = (10 ; 2).

On a 9×2 – 10×4 = 18 – 40 = – 22 ≠ 0, donc les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ ne sont pas colinéaires et les droites (AB) et (CD) sont sécantes.

4. Le quadrilatère ABDC est un trapèze.

EXERCICE 2 : On considère le repère orthonormé (O ; $\vec{i}$, $\vec{j}$) du plan et les points A(– 3 ; 2), B(2 ; 4) et C(5 ; –3).



1. Les points dans le repère.

2. Construction des points D, E, F et G définis par ABCD est un parallélogramme ;

$\overrightarrow{BE} = \frac{1}{2}\overrightarrow{CA}$, $\overrightarrow{CF} = \overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CG} = \frac{1}{2}\overrightarrow{CB} + \frac{3}{2}\overrightarrow{BA}$.

3. Les coordonnées des points D, E, F et G :

ABCD est un parallélogramme, donc $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{BA}$,

$x_D - x_C = x_A - x_B$, soit $x_D - 5 = -3 - 2 = -5$, et $x_D = 0$;

$y_D - y_C = y_A - y_B$, soit $y_D + 3 = 2 - 4 = -2$, et $y_D = -5$;

donc D(0 ; – 5).

Comme $\overrightarrow{BE} = \frac{1}{2}\overrightarrow{CA}$, on obtient

$x_E - x_B = 0{,}5(x_A - x_C)$, soit $x_E - 2 = 0{,}5(-3 - 5) = -4$, et $x_E = -2$;

$y_E - y_B = 0{,}5(y_A - y_C)$, soit $y_E - 4 = 0{,}5(2 + 3) = 2{,}5$, et $y_E = 6{,}5$; donc E(– 4 ; 6,5).

Comme $\overrightarrow{CF} = \overrightarrow{AB}$, on obtient $x_F - x_C = x_B - x_A$, soit $x_F - 5 = 2 + 3 = 5$, et $x_F = 10$;

$y_F - y_C = y_B - y_A$, soit $y_F + 3 = 4 - 2 = 2$, et $y_F = -1$; donc F(10 ; – 1).

Comme $\overrightarrow{CG} = \frac{1}{2}\overrightarrow{CB} + \frac{3}{2}\overrightarrow{BA}$, on obtient $x_G - x_C = 0{,}5(x_B - x_C) + 1{,}5(x_A - x_B) = -9$, soit $x_G = -4$,

$y_G - y_C = 0{,}5(y_B - y_C) + 1{,}5(y_A - y_B) = 0{,}5$, soit $y_G = -2{,}5$; donc G(– 4 ; – 2,5).

4. Les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AF}$ (13 ; – 3) et $\overrightarrow{CG}$ (– 9 ; 0,5).

5. On a 13×0,5 – (– 3)×(– 9) = 6,5 – 27 = – 20,5 non nul donc les droites (AF) et (CG) ne sont pas parallèles.

6. $\overrightarrow{AG}$ (– 1 ; – 4,5) et $\overrightarrow{BD}$ (– 2 ; – 9). On a (– 1)×(– 9) – (– 4,5)×(– 2) = 9 – 9 = 0, donc les droites (AG) et (BD) sont parallèles.

7. AB = $\sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = \sqrt{(2-(-3))^2 + (4-2)^2} = \sqrt{5^2 + 2^2} = \sqrt{29}$;

AC = $\sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} = \sqrt{(5-(-3))^2 + (-3-2)^2} = \sqrt{8^2 + (-5)^2} = \sqrt{89}$;

BC = $\sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2} = \sqrt{(5-2)^2 + (-3-4)^2} = \sqrt{3^2 + (-7)^2} = \sqrt{58}$.

On a $AB^2 + BC^2 = 29 + 58 = 87 \neq AC^2$, donc le triangle est quelconque et ABCD est un parallélogramme.

EXERCICE 3 : On considère le triangle ABC ci-dessous, I est le milieu de [AC], K et L sont définis par $\overrightarrow{AK} = \frac{3}{5}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BL} = 2\overrightarrow{CB}$.

1. La figure complétée avec les points I, K et L.

2. $\overrightarrow{IK} = \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{AK} = \frac{1}{2}\overrightarrow{CA} + \frac{3}{5}\overrightarrow{AB}$;

. $\overrightarrow{IL} = \overrightarrow{IC} + \overrightarrow{CL} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BL} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB} + 2\overrightarrow{CB} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} + 3\overrightarrow{CB} =$

$\frac{1}{2}\overrightarrow{AC} + 3(\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB}) = \frac{5}{2}\overrightarrow{CA} + 3\overrightarrow{AB} = 5(\frac{1}{2}\overrightarrow{CA} + \frac{3}{5}\overrightarrow{AB}) = 5\overrightarrow{IK}$;

donc les vecteurs $\overrightarrow{IK}$ et $\overrightarrow{IL}$ sont colinéaires, et les points I, K et L sont alignés.