CORRIGÉ DEVOIR SURVEILLÉ N° 5 SECONDE 507

EXERCICE 1 :

1. Résolution graphique des inéquations suivantes :

a) $x^2 \leqslant 7$: S = $[-\sqrt{7}\ ;\ \sqrt{7}]$.

b) $x^2 \geqslant 14$; S = $]-\infty\ ;\ -\sqrt{14}]$ u $[\sqrt{14}\ ;+\infty[$.

2. Si $2 \leqslant x \leqslant 5$: on élève au carré : $4 \leqslant x^2 \leqslant 25$,

on multiplie par 4 : $16 \leqslant 4x^2 \leqslant 100$,

on soustrait 9 : $7 \leqslant 4x^2 - 9 \leqslant 91$.

EXERCICE 2 : On considère le polynôme du second degré f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2x^2 - 12x + 10$.

1. Les coordonnées du sommet S de la courbe représentative de la fonction f :

son abscisse est $\alpha = \dfrac{-b}{2a} = \dfrac{12}{2\times 2} = 3$ et son ordonnée est $f(3) = 2\times 3^2 - 12\times 3 + 10 = -8$. Donc S(3 ; – 8).

2. Le point A(– 3 ; 64) est sur la courbe si l'image de – 3 par f est 64 :

$f(-3) = 2\times(-3)^2 - 12\times(-3) + 10 = 18 + 36 + 10 = 64$, donc A est sur la courbe.

3. Le tableau de variations de la fonction f :

x	$-\infty$	3	$+\infty$
$f(x)$	↘	-8	↗

4. La fonction admet un minimum égal à – 8 atteint en $x = 3$.

5. $2(x-3)^2 - 8 = 2(x^2 - 6x + 9) - 8 = 2x^2 - 12x + 18 - 8 = 2x^2 - 12x + 10 = f(x)$.

6. L'équation $f(x) = 0$ équivaut à $2(x-3)^2 - 8 = 0$ équivaut à $2(x-3)^2 = 8$ équivaut à $(x-3)^2 = 4$ équivaut à $x - 3 = 2$ ou $x - 3 = -2$ équivaut à $x = 5$ ou $x = 1$. Donc S = {1 ; 5}.

7. L'inéquation $f(x) \leqslant 10$ équivaut à $2(x-3)^2 - 8 \leqslant 10$ équivaut à $2(x-3)^2 \leqslant 18$ équivaut à $(x-3)^2 \leqslant 9$ équivaut à $-3 \leqslant x - 3 \leqslant 3$ équivaut à $0 \leqslant x \leqslant 6$. Donc S = [0 ; 6].

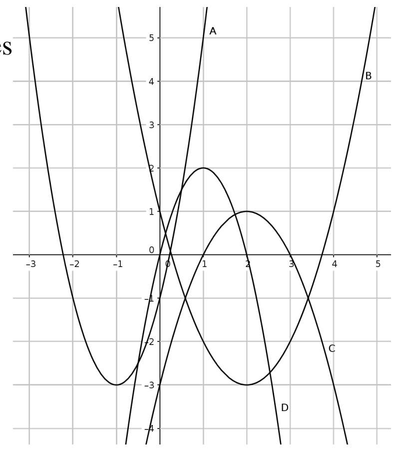
EXERCICE 3 :

On considère les fonctions f, g, h et k suivantes définies sur $\mathbb{R}$ et les paraboles A, B, C, D ci-contre.

$f(x) = 2x^2 + 4x - 1$; $g(x) = -x^2 + 4x - 3$;

$h(x) = -2x^2 + 4x$; $k(x) = x^2 - 4x + 1$;

A : f ; B : k ; C : g ; D : h.



EXERCICE 3 : ABCD est un carré de côté 6 cm. M est un point du segment [AB] et N un point du segment [AD] tel que AM = DN. P est le point du plan tel que AMPN est un rectangle.

Position du point M sur [AB] pour que l'aire du rectangle AMPN soit maximale :

On pose AM = DN = x, alors l'aire du rectangle AMPN est égale à AM×AN = $x(6-x) = -x^2 + 6x$ qui est un polynôme du second degré, avec $a = -1$, $b = 6$ et $c = 0$.

Ainsi $\alpha = \dfrac{-b}{2a} = \dfrac{-6}{2\times(-1)} = 3$ et $\beta = f(3) = -3^2 + 6\times 3 = 9$. Donc S(3 ; 9).

Comme $a = -1$, la parabole est tournée vers le bas,

d'où le tableau de variations :

x	0	3	6
$f(x)$	0 ↗	9	↘ 0

Ainsi, l'aire du rectangle AMPN est maximale lorsque AM = 3, c'est-à-dire lorsque M est au milieu de [AB], et cette aire est égale à 9 cm².