

On considère un triangle ABC quelconque, A' le milieu de [BC], B' le milieu de [AC], C' le milieu de [AB], O le centre du cercle circonscrit à ABC et G son centre de gravité.

1. On considère le point H défini par $\vec{OH} = \vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC}$.

- Montrer que $\vec{OB} + \vec{OC} = 2\vec{OA}'$. En déduire que $\vec{AH} = 2\vec{OA}'$.
- Démontrer que les droites (AH) et (BC) sont perpendiculaires.
- De la même manière, montrer que les droites (BH) et (AC) sont perpendiculaires.
- Que représente le point H pour le triangle ABC ?

2. On admet que $\vec{AG} = 2\vec{GA}'$.

- Montrer que $3\vec{OG} = \vec{OA} + 2\vec{OA}'$. En déduire que $3\vec{OG} = \vec{OH}$.
- Que peut-on en déduire sur la position des points O, G et H ?

3. Dans le plan rapporté à un repère (O, \vec{i}, \vec{j}) , on considère les points A(-4 ; 3), B(3 ; -2), C(-5 ; -4).

- Préciser la nature du triangle ABC.
- Déterminer alors les coordonnées des points A', B', C'.
- A l'aide des questions 1 et 2, déterminer les coordonnées des points O, G, H.
- Retrouver le résultat de la question 2 b).

On considère un triangle ABC quelconque, A' le milieu de [BC], B' le milieu de [AC], C' le milieu de [AB], O le centre du cercle circonscrit à ABC et G son centre de gravité.

1. On considère le point H défini par $\vec{OH} = \vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC}$.

- Montrer que $\vec{OB} + \vec{OC} = 2\vec{OA}'$. En déduire que $\vec{AH} = 2\vec{OA}'$.
- Démontrer que les droites (AH) et (BC) sont perpendiculaires.
- De la même manière, montrer que les droites (BH) et (AC) sont perpendiculaires.
- Que représente le point H pour le triangle ABC ?

2. On admet que $\vec{AG} = 2\vec{GA}'$.

- Montrer que $3\vec{OG} = \vec{OA} + 2\vec{OA}'$. En déduire que $3\vec{OG} = \vec{OH}$.
- Que peut-on en déduire sur la position des points O, G et H ?

3. Dans le plan rapporté à un repère (O, \vec{i}, \vec{j}) , on considère les points A(-4 ; 3), B(3 ; -2), C(-5 ; -4).

- Préciser la nature du triangle ABC.
- Déterminer alors les coordonnées des points A', B', C'.
- A l'aide des questions 1 et 2, déterminer les coordonnées des points O, G, H.
- Retrouver le résultat de la question 2 b).