



Soit O le centre du carré, c'est-à-dire le milieu des diagonales [AC] et [BD]. Le périmètre d'un cercle de rayon R est égale à $2\pi R$; donc celui d'un demi-cercle égale πR et celui d'un quart de cercle égale $(\pi R)/2$.

En utilisant le théorème de Pythagore dans le triangle ABC rectangle et isocèle en A, on calcule AC : $AC^2 = AB^2 + BC^2 = 16 + 16 = 32$

et $AC = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$; ainsi $AO = AC/2 = 2\sqrt{2}$.

Les longueurs AF et CE sont égales comme rayon des cercles de centre A et C et de rayon AC ; donc $AF = CE = 4\sqrt{2}$; ainsi $DE = DF = 4\sqrt{2} - 4 = 4(\sqrt{2} - 1)$.

La longueur de C_1 est $\pi \times OC = 2\pi\sqrt{2}$; La longueur de C_4 est

$(\pi \times DE)/2 = 2\pi(\sqrt{2} - 1)$; les arcs C_2 et C_3 sont des huitièmes de cercle, puisque l'angle $CAD = 45^\circ$; ces arcs sont issues de cercle de même rayon, donc ils ont la même longueur ; la longueur de C_2 est

$(\pi \times AC)/4 = \pi\sqrt{2}$; ainsi le périmètre de l'ove est égale à la somme des longueurs des quatre arcs de cercle, soit $2\pi\sqrt{2} + 2\pi(\sqrt{2} - 1) + 2 \times \pi\sqrt{2} = 6\pi\sqrt{2} - 2\pi = 2\pi(3\sqrt{2} - 1)$ cm. (valeur approchée : 20,374 cm)

L'aire d'un disque de rayon R est égale à πR^2 ; donc l'aire d'un demi-disque de rayon R est égale à $(\pi R^2)/2$, l'aire d'un quart de disque de rayon R est égale à $(\pi R^2)/4$ et l'aire d'un huitième de disque de rayon R est égale à $(\pi R^2)/8$.

L'aire de l'ove est composée de l'aire du demi-disque C_1 , + l'aire du quart de disque C_4 , + l'aire des huitièmes de disques C_2 et C_3 , - l'aire du triangle ADC.

En effet, en ajoutant les aires de C_2 et C_3 , on comptabilise deux fois l'aire du triangle ADC (voir le quadrillage ci-contre). Ainsi, l'aire de l'ove est égale à $(\pi \times OC^2)/2 + (\pi \times DE^2)/4 + 2(\pi \times AC^2)/8 - (AB \times AC)/2 =$

$$\frac{\pi(2\sqrt{2})^2}{2} + \frac{\pi(4(\sqrt{2}-1))^2}{4} + 2 \times \pi \frac{(4\sqrt{2})^2}{8} - 8 =$$

$$\frac{8\pi}{2} + \frac{16\pi(3-2\sqrt{2})}{4} + 2 \times \pi \frac{32}{8} - 8 = 4\pi + 4\pi(3-2\sqrt{2}) + 8\pi - 8 =$$

$$24\pi - 8\pi\sqrt{2} - 8 \text{ cm}^2 . \text{ (valeur approchée : 31,855 cm}^2 \text{)}$$

