CORRECTION DEVOIR MAISON N° 5 SECONDE 8

EXERCICE 1 : On a A − B = $\frac{a+b}{2} - \frac{2ab}{a+b} = \frac{(a+b)^2-4ab}{2(a+b)} = \frac{a^2+b^2+2ab-4ab}{2(a+b)} = \frac{a^2+b^2-2ab}{2(a+b)} = \frac{(a-b)^2}{2(a+b)}$; comme le numérateur et le dénominateur sont positifs, alors A − B est positif et A est supérieur à B.
Remarque : A = B si $a = b$.
On a C − D = $a + b - 2\sqrt{ab} = \sqrt{a}^2 + \sqrt{b}^2 - 2\sqrt{ab} = (\sqrt{a} - \sqrt{b})^2$; alors C − D est positif et C est supérieur à D.
Remarque : C = D si $a = b$.

EXERCICE 2 : Le volume V d'un cylindre de hauteur h et de rayon de la base r est donné par $V = \pi r^2 h$, donc $h = \frac{V}{\pi r^2} = V \times \frac{1}{\pi r^2}$; pour trouver un encadrement de h , on trouve un encadrement de V et de $\frac{1}{\pi r^2}$. La contenance de la casserole est comprise entre 2 litres et 3 litres, soit 2000 cm^3 et 3000 cm^3, donc $2000 \le V \le 3000$. Le rayon de la base est $r = 9$ cm, donc $9^2 \text{x} 3{,}14 < \pi r^2 < 9^2 \text{x} 3{,}15$; et $\frac{1}{81\times 3{,}15} < \frac{1}{\pi r^2} < \frac{1}{81 \times 3{,}14}$. Donc un encadrement de la hauteur h de cette casserole est $\frac{2000}{81\times 3{,}15} < h < \frac{3000}{81\times 3{,}14}$, et en valeurs approchées : $7{,}8 < h < 11{,}8$.

EXERCICE 3 : Exercice 104 page 86 :
1. a) $m = 5$ et $g = 4$; b) $m = 6{,}5$ et $g = 6$; c) $m = 32$ et $g = 16\sqrt{3} \approx 27{,}71$; d) $m = 26$ et $g = 10$.
e) Dans chaque cas, on remarque que $m > g$; on peut donc conjecturer que pour tous réels a et b positifs, $m > g$.
$m^2 - g^2 = \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 - (\sqrt{ab})^2 = \frac{a^2+b^2+2ab}{4} - ab = \frac{a^2+b^2+2ab-4ab}{4} = \frac{a^2+b^2-2ab}{4} = \left(\frac{a-b}{2}\right)^2$; un carré est toujours positif, donc $m^2 - g^2 \ge 0$, donc $m^2 \ge g^2$ et donc $m \ge g$ (puisque m et g sont des nombres positifs).
3. Si les nombres a et b sont de signes contraires, alors g n'existe pas ; si a et b sont tous les deux négatifs, alors m et g existent, m est négatif et g est positif, donc dans ce cas $m \le g$.