

DEVOIR MAISON N° 4 SECONDE 11 ET 12

A. Rectangle variable dans un triangle:

On considère un triangle ABC rectangle en A et tel que $AB = 8$ et $AC = 6$. Le point M est un point du segment [AB] et on pose $AM = x$.

La perpendiculaire à (AB) en M coupe (BC) en N et la perpendiculaire à (MN) en N coupe (AC) en P.

1. Faire une figure.
2. Montrer que le quadrilatère MNPA est un rectangle.
3. Déterminer la longueur MN en fonction de x .
4. Déterminer alors l'aire $a(x)$ du rectangle MNPA en fonction de x .
5. Préciser l'ensemble de définition de cette fonction a .

B. Recherche de l'aire maximale de ce rectangle :

1. Faire un tableau de valeurs de la fonction a sur l'intervalle $[0; 8]$ en prenant toutes les valeurs entières.
2. Dans un repère (O, I, J) du plan (unité graphique : $OI = OJ = 1$ cm), dessiner la représentation graphique de la fonction a sur l'intervalle $[0; 8]$.
3. Conjecturer le maximum de l'aire.
4. Faire le tableau de variations de la fonction a sur l'intervalle $[0; 8]$.
5. Montrer que l'aire $a(x)$ peut s'écrire $12 - \frac{3}{4}(x-4)^2$. Vérifier alors la conjecture de la question B.3.
6. Quelle est la position du point M sur [AB] lorsque l'aire est maximale ?
7. A l'aide de la représentation graphique de la fonction a , déterminer des valeurs approchées de la distance AM telle que l'aire du rectangle MNPA soit égale au tiers de l'aire du triangle ABC.