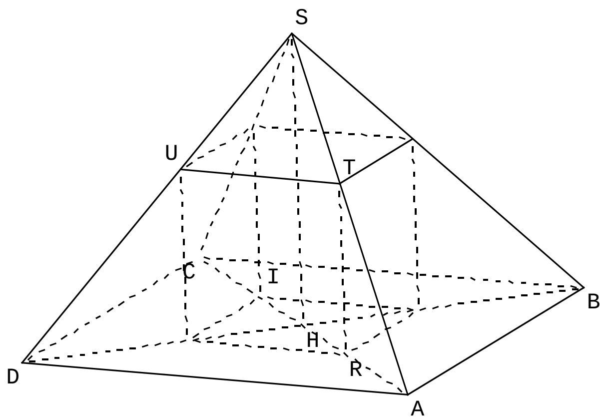
CORRECTION DEVOIR MAISON N° 5 SECONDE 11 - 12

EXERCICE 1 :

1. La longueur des côtés de ces triangles est de 5 cm.
2. Dessin de cette pyramide en perspective cavalière:



3. Le point H est le centre de la face ABCD et le segment [SH] est orthogonal à la face ABCD; donc dans le triangle ASH rectangle en H, on peut utiliser le théorème de Pythagore : SH² = SA² – AH² ; AH est une demie diagonale de la face ABCD, donc AH = 5 $\frac{\sqrt{2}}{2}$; ainsi SH² = 5² - (5 $\frac{\sqrt{2}}{2}$)² = 25 - $\frac{25}{2}$ = $\frac{25}{2}$; d'où SH = $\frac{5}{\sqrt{2}}$ = $\frac{5\sqrt{2}}{2}$.
4. Le triangle SHA est rectangle en H.
5. Le volume de la pyramide est égal à 1/3 de l'aire de la base fois la hauteur de la pyramide = 1/3 x aire(ABCD) x SH = $\frac{5^2 * 5\sqrt{2}}{3*2}$ = $\frac{125\sqrt{2}}{6}$.
6. Il faut calculer l'aire d'un des triangles équilatéraux, par exemple SAB; la hauteur de ce triangle est égale à $\frac{\sqrt{3}}{2}$ AB = $\frac{5\sqrt{3}}{2}$ et l'aire d'un triangle est égal à (base x hauteur)/2 = (5 x $\frac{5\sqrt{3}}{2}$)/2 = $\frac{25\sqrt{3}}{4}$; ainsi l'aire de la pyramide = somme des aires de toutes les faces de la pyramide = 4 x aire(SAB) + aire (ABCD) = 4 x $\frac{25\sqrt{3}}{4}$ + 25 = $25\sqrt{3}$ + 25 = 25(1 + $\sqrt{3}$).
7. On nomme R, T et U trois sommets du cube comme sur la figure ci-dessus et a l'arête du cube. La droite (TR) est perpendiculaire à la base ABCD donc parallèle à (SH); on peut utiliser le théorème de Thalès dans le triangle SHA : AT/SA = a/SH; de plus, (TU) est parallèle à (AD) donc ST/SA = a/5; donc ST = a, et AT = 5a/SH = $\frac{5a}{5/\sqrt{2}}$ = $a\sqrt{2}$. Comme AT = SA – ST , on obtient $a\sqrt{2}$ = 5 – a , d'où a = $\frac{5}{1+\sqrt{2}}$.

EXERCICE 2 :

1. Les droites (FH) et (EG) sont perpendiculaires car ce sont des diagonales de la face carrée EFGH. La droite (FB) étant orthogonale au plan (EFG), elle est orthogonale à toutes les droites du plan, donc à (EG); les droites (FH) et (FB) forment le plan (FBH), donc la droite (EG) orthogonale à deux droites sécantes de ce plan, est orthogonale à ce plan et donc à toutes les droites du plan; donc (BH) et (EG) sont orthogonales.
Les droites (FC) et (BG) sont perpendiculaires car ce sont des diagonales de la face carrée BCGF. La droite (AB) étant orthogonale au plan (BCG), elle est orthogonale à toutes les droites du plan, donc à (FC); les droites (BG) et (AB) forment le plan (ABH), donc la droite (FC) orthogonale à deux droites sécantes de ce plan, est orthogonale à ce plan et donc à toutes les droites du plan; donc (BH) et (FC) sont orthogonales.
2. Le point I est le milieu de [GH], J le milieu de [BF], P le point d'intersection de (EG) et (FI), Q le point d'intersection de (FC) et (GJ), K est le centre de la face BCFG.
a) Le point K est le milieu de [BG] et J est le milieu de [BF], donc les droites (FK) et (GJ) sont des médianes du triangle FBG donc le point Q est le centre de gravité du triangle FBG; de même le point L, centre de la face EFGH est le milieu de [FH] et I est le milieu de [HG], donc les droites (FI) et (GE) sont des médianes du triangle FGH donc le point Q est le centre de gravité du triangle FGH.
b) On a $\frac{FP}{FI}$ = $\frac{2}{3}$ = $\frac{FQ}{FK}$, puisque le centre de gravité d'un triangle est situé aux deux tiers de la médiane à partir du sommet.
c) En utilisant la réciproque du théorème de Thalès dans le triangle FIC, on sait que $\frac{FP}{FI}$ = $\frac{2}{3}$ = $\frac{FQ}{FK}$, donc les droites (PQ) et (IK) sont parallèles.
d) Dans le triangle HGC, le point I est le milieu de [HG] et le point K est le milieu de [BG], par la propriété de la droite des milieux, les droites (IK) et (BH) sont parallèles.
e) On sait que (PQ) et (IK) sont parallèles ainsi que (IK) et (BH), donc les droites (PQ) et (BH) sont parallèles. Si deux droites sont parallèles, toute droite orthogonale à l'une est orthogonale à l'autre, donc d'après la question 1. (PQ) est perpendiculaire à (EH) et à (FC).