

EXERCICE 1:

Les coordonnées des points dans le repère (O; \vec{i} , \vec{j}) sont: O(0; 0), c'est l'origine du repère; A(1,5; 0) car A est sur l'axe des abscisses et que le côté du petit carré est 1,5.

B(4; 0) car B est sur l'axe des abscisses et que

$$OB = OA + AB = 1,5 + 2,5 = 4.$$

C(4; 2,5); D(1,5; 2,5); E(1,5; 1,5); F(0; 1,5).

a) Pour déterminer l'équation réduite de la droite (FD)

dans ce repère, utilisons la méthode des vecteurs

colinéaires: $\vec{FD}(1,5 - 0; 2,5 - 1,5)$, soit $\vec{FD}(1,5; 1)$. Soit M(x; y) un point de la droite (FD);

$\vec{FM}(x - 0; y - 1,5)$; les vecteurs \vec{FD} et \vec{FM} sont colinéaires, donc leurs coordonnées sont proportionnelles,

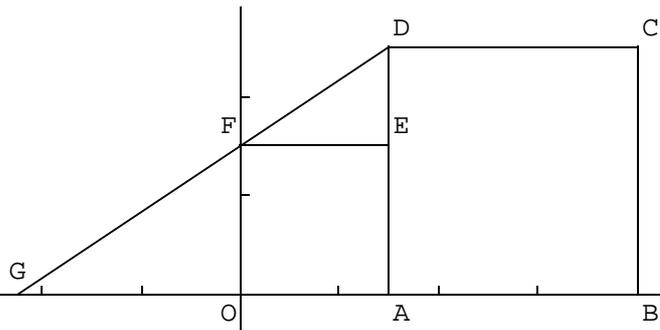
soit $1,5(y - 1,5) = 1(x)$, soit $1,5y = x + 2,25$, soit $y = \frac{2}{3}x + 1,5$.

b) La droite (AB) est l'axe des abscisses et a pour équation $y = 0$; les coordonnées du point G, intersection de

(AB) et de (FD) vérifient les deux équations: $y = \frac{2}{3}x + 1,5$ et $y = 0$; on résout l'équation $\frac{2}{3}x + 1,5 = 0$,

soit $\frac{2}{3}x = -1,5$; soit $x = -1,5 \times \frac{3}{2} = -\frac{9}{4} = -2,25$. Donc G(-2,25; 0).

c) La longueur de la planche $GD = \sqrt{(x_D - x_G)^2 + (y_D - y_G)^2} = \sqrt{(1,5 - (-2,25))^2 + (2,5 - 0)^2} = \sqrt{(-0,75)^2 + (2,5)^2} = \sqrt{0,5625 + 6,25} = \sqrt{6,8125} \approx 2,61$.

**EXERCICE 2 :**

A(-1; 3), B(3; $\sqrt{5}$), C(2; -3) et D(-2; $-\sqrt{5}$).

a) Les points dans le repère ci-contre:

b) Pour déterminer la nature du quadrilatère ABCD, déterminons d'abord les coordonnées des vecteurs \vec{AB} et \vec{DC} :

$\vec{AB}(x_B - x_A; y_B - y_A)$, soit $\vec{AB}(4; \sqrt{5} - 3)$,

et $\vec{DC}(x_C - x_D; y_C - y_D)$, soit $\vec{DC}(4; \sqrt{5} - 3)$; ces deux vecteurs ont les mêmes coordonnées; ils sont donc égaux et le quadrilatère ABCD est un parallélogramme.

Vérifions que ce parallélogramme est un rectangle. Pour cela, il suffit de démontrer que l'angle \widehat{ABC} est droit. Utilisons le théorème de Pythagore dans le triangle ABC:

$$AB^2 = (x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 = 4^2 + (\sqrt{5} - 3)^2 = 16 + 5 - 6\sqrt{5} + 9 = 30 - 6\sqrt{5};$$

$$AC^2 = (x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2 = 3^2 + (-6)^2 = 45;$$

$$BC^2 = (x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2 = (-1)^2 + (-3 - \sqrt{5})^2 = 1 + 9 + 6\sqrt{5} + 5 = 15 + 6\sqrt{5}.$$

$$\text{Et } AB^2 + BC^2 = 30 - 6\sqrt{5} + 15 + 6\sqrt{5} = 45 = AC^2.$$

D'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en B, donc l'angle \widehat{ABC} est droit; donc le parallélogramme ABCD est un rectangle.

