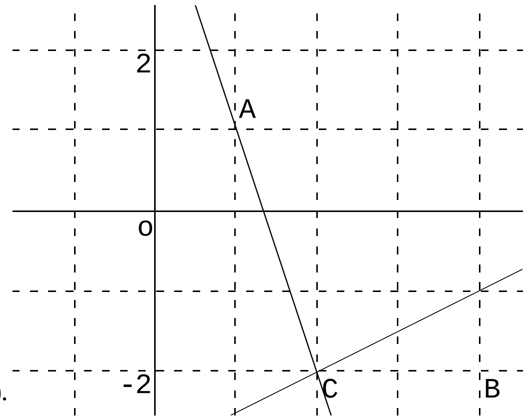
CORRECTION DEVOIR MAISON N° 9 SECONDE 11 ET 12



EXERCICE 1: 1. Tracer la droite (d) d'équation $y = \frac{1}{2}x - 3$:

2. Les points A et B appartiennent à la droite (d) si et seulement si leurs coordonnées vérifient l'équation de la droite (d);

or $\frac{1}{2} \times 1 - 3 = \frac{-5}{2} \neq 1$, donc A n'est pas sur la droite (d);

$\frac{1}{2} \times 4 - 3 = -1 \neq 1$, donc B n'est pas sur la droite (d).

3. Pour tracer la droite (d') passant par A et de coefficient directeur – 3, on construit le point E de coordonnées (2; – 2) (on augmente les abscisses d'une unité et les ordonnées diminuent de 3 à partir du point A).
4. Les droites (d) et (d') sont sécantes car elles n'ont pas le même coefficient directeur.
5. Graphiquement, les coordonnées du point d'intersection C de ces deux droites sont C(2 ; – 2).
6. Pour retrouver ces coordonnées par le calcul, on résout le système d'équation

$\begin{cases} y=\frac{1}{2}x-3 \\ y=-3x+4 \end{cases}$. Par comparaison, il vient $\frac{1}{2}x - 3 = -3x + 4$, soit $\frac{1}{2}x + 3x = 3 + 4$, soit $\frac{7}{2}x = 7$, d'où $x = 2$ et

$y = \frac{1}{2}2 - 3 = -2$. La solution est le couple (2; – 2). Le point d'intersection des deux droites est bien C(2 ; – 2).

EXERCICE 2 :
$AB^2 = (\sqrt{3} - 1 - (-1 - \sqrt{3}))^2 + (\sqrt{3} - 1 - 1 - \sqrt{3})^2 = (2\sqrt{3})^2 + (-2)^2 = 12 + 4 = 16$, donc AB = 4.
$AC^2 = (\sqrt{3} - 1 - (1 - \sqrt{3}))^2 + (3 + \sqrt{3} - 1 - \sqrt{3})^2 = (2\sqrt{3})^2 + 2^2 = 12 + 4 = 16$, donc AC = 4.
$BC^2 = (\sqrt{3} - 1 - \sqrt{3} + 1)^2 + (3 + \sqrt{3} - \sqrt{3} + 1)^2 = 0^2 + 4^2 = 16$, donc BC = 4.
On a AB = BC = AC donc le triangle est équilatéral.

EXERCICE 3 :
1. a) L'aire de ce rectangle est égale au produit de sa longueur par sa largeur soit $A(x) = (8 + x)x = x^2 + 8x$.
On a $(x + 4)^2 - 16 = x^2 + 8x + 16 - 16 = x^2 + 8x = A(x)$.
b) Pour que le rectangle ait une aire inférieure ou égale à 9 cm², il faut que $A(x) \leq 9$, soit $(x + 4)^2 - 16 \leq 9$, équivalent à $(x + 4)^2 - 25 \leq 0$. On factorise : $(x + 4)^2 - 25 = (x + 4)^2 - 5^2$ en utilisant l'identité remarquable $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$, soit $(x + 4)^2 - 25 = (x + 4 - 5)(x + 4 + 5) = (x - 1)(x + 9)$. On réalise un tableau de signes:

x	$-\infty$		-9		1		$+\infty$
Signe de $x - 1$		–		–	0	+	
Signe de $x + 9$		–	0	+		+	
Signe du produit		+	0	–	0	+	

On veut que ce produit soit ≤ 0 (négatif) donc la solution de l'inéquation est l'intervalle [– 9 ; 1].
Or x représente la largeur du rectangle (donc est une valeur positive), donc le rectangle a une aire inférieure ou égale à 9 cm² si et seulement si x est dans l'intervalle [0; 1].

2. L'aire du triangle est $\frac{4x}{2} = 2x$ et l'aire du carré est x^2 ; donc l'aire du triangle est plus grande que l'aire du carré si et seulement si $x \geq 0$ et $2x \geq x^2$; soit $x^2 \leq 2x$ et en factorisant $x(x - 2) \leq 0$. On réalise un tableau de signes:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
Signe de x		–	0	+		+	
Signe de $x - 2$		–		–	0	+	
Signe du produit		+	0	–	0	+	

La solution de l'inéquation est l'intervalle [0; 2].
Donc l'aire du triangle est plus grande que l'aire du carré si et seulement si x est dans [0; 2].