

EXERCICE 1 :

1. $\frac{-\sqrt{8}}{\sqrt{2}} = \frac{-2\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = -2 \in \mathbb{Z}$; $3,14 = 314 \times 10^{-2} \in D$; $\frac{3}{5} \in D$; $1,6666\dots = \frac{5}{3} \in \mathbb{Q}$; $1,5 \times 10^{-9} \in D$

$0,3333 = 3333 \times 10^{-4} \in D$; $2\sqrt{3} + (\sqrt{3} - 1)^2 = 2\sqrt{3} + (3 - 2\sqrt{3} + 1) = 4 \in \mathbb{N}$.

2. On pouvait donner par exemple les valeurs : 2 pour a entier ; 1,6 pour a décimal ; $\frac{5}{3}$ pour a rationnel non décimal et $\sqrt{3}$ pour a irrationnel.

EXERCICE 2 :

1. a) $486 = 2 \times 3^5$ et $294 = 2 \times 3 \times 7^2$.

b) Un entier est le carré d'un nombre entier si tous les facteurs premiers présent dans sa décomposition ont un exposant pair. Il suffit de multiplier 486 par 2 et 3 pour n'avoir que des exposants pairs. Le plus petit nombre par le quel il multiplier 486 pour obtenir le carré d'un nombre entier est 6.

c) $\text{pgcd}(486, 294) = 2 \times 3 = 6$ et $\text{ppcm}(486, 294) = 2 \times 3^5 \times 7^2 = 23814$

d) $\frac{1}{486} + \frac{1}{294} = \frac{1}{2 \times 3^5} + \frac{1}{2 \times 3 \times 7^2} = \frac{7^2 + 3^4}{2 \times 3^5 \times 7^2} = \frac{130}{2 \times 3^5 \times 7^2} = \frac{2 \times 5 \times 13}{2 \times 3^5 \times 7^2} = \frac{65}{11907}$

$\sqrt{486} + \sqrt{294} = \sqrt{2 \times 3^5} + \sqrt{2 \times 3 \times 7^2} = (\sqrt{3^4} + \sqrt{7^2}) \times \sqrt{2 \times 3} = (9 + 7) \times \sqrt{6} = 16\sqrt{6}$

$\frac{486}{294} = \frac{2 \times 3^5}{2 \times 3 \times 7^2} = \frac{3^4}{7^2} = \frac{81}{49}$

2. a) $n = 3^4 \times 5^2 \times 7$ donc $n^2 = (3^4 \times 5^2 \times 7)^2 = 3^8 \times 5^4 \times 7^2$

et $n^5 = (3^4 \times 5^2 \times 7)^5 = (3^{4 \times 5} \times 5^{2 \times 5} \times 7^5) = 3^{20} \times 5^{10} \times 7^5$.

b) $\sqrt{n} = \sqrt{3^4 \times 5^2 \times 7} = \sqrt{(3^2)^2 \times 5^2 \times 7} = 3^2 \times 5 \times \sqrt{7} = 45\sqrt{7}$

EXERCICE 3 :

$A = M \times N = 3 \times 10^{-5} \times \frac{7}{3} \times 10^4 = 7 \times 10^{-1}$ $C = \frac{M}{N} = \frac{3 \times 10^{-5}}{\frac{7}{3} \times 10^4} = \frac{9}{7} \times 10^{-9}$

$B = M + N = 3 \times 10^{-5} + \frac{7}{3} \times 10^4 = \frac{9 \times 10^{-5} + 7 \times 10^4}{3} = \frac{9 + 7 \times 10^9}{3 \times 10^5} = \frac{7000000009}{3 \times 10^5}$

EXERCICE 4 :

Une valeur approchée à 10^{-4} près de A est 1,1623 et une valeur approchée à 10^{-4} de B est 1,1623.

A et B sont égaux car $B = \frac{6}{\sqrt{10} + 2} = \frac{6(\sqrt{10} - 2)}{(\sqrt{10} + 2)(\sqrt{10} - 2)} = \frac{6(\sqrt{10} - 2)}{10 - 4} = (\sqrt{10} - 2) = A$.